ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP

VẬT LÝ F1
CƠ HỌC, DAO ĐỘNG VÀ SÓNG

Dành cho sinh viên đại học chưa từng học Vật lý đại cương, cần ôn thi học phần Vật lý 1 và hiểu đủ để giải bài cơ học, dao động, sóng

University Physics 1 Review Guide: Mechanics, Oscillations and Waves – a bilingual guide

Thang đo và đơn vị · Vectơ · Động học · Định luật Newton · Ma sát

Công và năng lượng · Động lượng · Vật rắn quay · Cân bằng

Hấp dẫn · Chất lưu · Dao động điều hoà · Sóng cơ và âm

Song ngữ Việt – Anh · Vietnamese – English

Phiên bản 1.0 – Tháng 11 năm 2026

https://tailieuso.vin

MỤC LỤC

CONTENTS

Chương 1. Đo lường, phương pháp giải bài và vectơ – *Chapter 1. Measurement, Problem Solving and Vectors* **6**

1.1. Vật lý nghiên cứu gì: thang độ lớn từ hạt cơ bản đến vũ trụ – *1.1. What Physics Studies: Scales from Subatomic Particles to the Universe* 6

1.2. Hệ đơn vị SI và cách đổi đơn vị – *1.2. SI Units and Unit Conversion* 9

1.3. Phân tích thứ nguyên để kiểm tra công thức – *1.3. Dimensional Analysis for Checking Formulas* 12

1.4. Chữ số có nghĩa, độ chính xác và ước lượng bậc độ lớn – *1.4. Significant Figures, Precision and Order-of-Magnitude Estimates* 15

1.5. Quy trình giải một bài tập vật lý từ đề đến đáp số – *1.5. A Step-by-Step Method for Solving Physics Problems* 18

1.6. Đại lượng vô hướng, đại lượng vectơ và cách cộng vectơ bằng hình – *1.6. Scalars, Vectors and Graphical Vector Addition* 20

1.7. Thành phần vectơ, vectơ đơn vị và phép toán vectơ theo thành phần – *1.7. Vector Components, Unit Vectors and Component Algebra* 23

1.8. Tích vô hướng và góc giữa hai vectơ – *1.8. The Dot Product and the Angle Between Vectors* 26

1.9. Tích có hướng và quy tắc bàn tay phải – *1.9. The Cross Product and the Right-Hand Rule* 29

1.10. Bài tập vận dụng có lời giải – *1.10. Applied exercises with solutions* 32

1.11. Câu hỏi tự luận và dàn ý trả lời – *1.11. Essay questions and answer outlines* 34

1.12. Câu hỏi trắc nghiệm – *1.12. Multiple-choice questions* 36

Chương 2. Chuyển động thẳng – *Chapter 2. Motion Along a Straight Line* **38**

2.1. Vị trí, độ dời và quãng đường đi được – *2.1. Position, Displacement and Distance Traveled* 38

2.2. Vận tốc trung bình, tốc độ trung bình và vận tốc tức thời – *2.2. Average Velocity, Average Speed and Instantaneous Velocity* 40

2.3. Gia tốc trung bình và gia tốc tức thời – *2.3. Average and Instantaneous Acceleration* 43

2.4. Đọc đồ thị vị trí, vận tốc và gia tốc theo thời gian – *2.4. Reading Position, Velocity and Acceleration Graphs* 46

2.5. Bốn phương trình chuyển động có gia tốc không đổi – *2.5. The Four Constant-Acceleration Equations* 48

2.6. Bài toán hai vật chuyển động và gặp nhau – *2.6. Two-Body Problems: When Objects Meet* 50

2.7. Rơi tự do và ném thẳng đứng – *2.7. Free Fall and Vertical Throws* 53

2.8. Tìm vận tốc và vị trí từ gia tốc bằng tích phân – *2.8. Finding Velocity and Position from Acceleration by Integration* 56

2.9. Bài tập vận dụng có lời giải – *2.9. Applied exercises with solutions* 58

2.10. Câu hỏi tự luận và dàn ý trả lời – *2.10. Essay questions and answer outlines* 60
2.11. Câu hỏi trắc nghiệm – *2.11. Multiple-choice questions* 62

Chương 3. Chuyển động trong mặt phẳng và không gian – *Chapter 3. Motion in Two and Three Dimensions* 65
3.1. Vectơ vị trí, độ dời và vận tốc trong không gian – *3.1. Position, Displacement and Velocity Vectors in Space* 65
3.2. Vectơ gia tốc và tính độc lập của các chuyển động thành phần – *3.2. The Acceleration Vector and Independent Component Motions* 68
3.3. Chuyển động ném ngang – *3.3. Horizontal Launch* 70
3.4. Chuyển động ném xiên: tầm xa, độ cao cực đại, quỹ đạo – *3.4. Angled Launch: Range, Maximum Height and Trajectory* 73
3.5. Chuyển động tròn đều và gia tốc hướng tâm – *3.5. Uniform Circular Motion and Centripetal Acceleration* 75
3.6. Chuyển động tròn không đều: gia tốc tiếp tuyến và gia tốc toàn phần – *3.6. Nonuniform Circular Motion: Tangential and Total Acceleration* 78
3.7. Chuyển động tương đối và cộng vận tốc – *3.7. Relative Motion and Velocity Addition* 80
3.8. Bài tập vận dụng có lời giải – *3.8. Applied exercises with solutions* 83
3.9. Câu hỏi tự luận và dàn ý trả lời – *3.9. Essay questions and answer outlines* 85
3.10. Câu hỏi trắc nghiệm – *3.10. Multiple-choice questions* 87

Chương 4. Lực và các định luật Newton – *Chapter 4. Force and Newton's Laws of Motion* 90
4.1. Lực là gì và cách tổng hợp lực – *4.1. What a Force Is and How Forces Combine* 90
4.2. Định luật I Newton, quán tính và hệ quy chiếu quán tính – *4.2. Newton's First Law, Inertia and Inertial Frames* 92
4.3. Định luật II Newton và cách dùng theo từng trục – *4.3. Newton's Second Law Applied Along Each Axis* 96
4.4. Trọng lực, phản lực pháp tuyến và lực căng dây – *4.4. Weight, Normal Force and Tension* 98
4.5. Định luật III Newton và cặp lực tương tác – *4.5. Newton's Third Law and Interaction Pairs* 101
4.6. Vẽ sơ đồ lực tác dụng lên vật – *4.6. Drawing Free-Body Diagrams* 103
4.7. Bài toán cân bằng lực – *4.7. Solving Equilibrium Problems* 106
4.8. Hệ vật nối với nhau qua dây và ròng rọc – *4.8. Connected Objects: Strings and Pulleys* 109
4.9. Bài tập vận dụng có lời giải – *4.9. Applied exercises with solutions* 111
4.10. Câu hỏi tự luận và dàn ý trả lời – *4.10. Essay questions and answer outlines* 113
4.11. Câu hỏi trắc nghiệm – *4.11. Multiple-choice questions* 115

Chương 5. Ma sát, lực hướng tâm và lực cản – *Chapter 5. Friction, Centripetal Force and Drag* 118
5.1. Ma sát nghỉ và ma sát trượt – *5.1. Static and Kinetic Friction* 118
5.2. Vật trên mặt phẳng nghiêng có ma sát – *5.2. Objects on Inclines with Friction* 121

5.3. Hệ nhiều vật có ma sát – *5.3. Multi-Object Systems with Friction* 123
5.4. Lực hướng tâm trong chuyển động tròn – *5.4. Centripetal Force in Circular Motion* 126
5.5. Đường cong nghiêng và vòng nhào lộn – *5.5. Banked Curves and Vertical Loops* . 128
5.6. Hệ quy chiếu phi quán tính và lực quán tính – *5.6. Noninertial Frames and Fictitious Forces* 131
5.7. Lực cản của môi trường và tốc độ giới hạn – *5.7. Drag Force and Terminal Velocity* 134
5.8. Lực đàn hồi lò xo và định luật Hooke – *5.8. Spring Forces and Hooke's Law* 137
5.9. Bài tập vận dụng có lời giải – *5.9. Applied exercises with solutions* 139
5.10. Câu hỏi tự luận và dàn ý trả lời – *5.10. Essay questions and answer outlines* 141
5.11. Câu hỏi trắc nghiệm – *5.11. Multiple-choice questions* 143

Chương 6. Công, năng lượng và định luật bảo toàn năng lượng – *Chapter 6. Work, Energy and Energy Conservation* 145
6.1. Công của lực không đổi và lực biến thiên – *6.1. Work Done by Constant and Variable Forces* 145
6.2. Động năng và định lý động năng – *6.2. Kinetic Energy and the Work–Energy Theorem* 148
6.3. Công suất – *6.3. Power* 151
6.4. Lực bảo toàn và thế năng – *6.4. Conservative Forces and Potential Energy* 153
6.5. Bảo toàn cơ năng – *6.5. Conservation of Mechanical Energy* 156
6.6. Lực không bảo toàn và năng lượng tiêu hao – *6.6. Nonconservative Forces and Energy Loss* 158
6.7. Liên hệ giữa lực và thế năng, đồ thị thế năng – *6.7. Force from Potential Energy and Energy Diagrams* 160
6.8. Các dạng năng lượng và chuyển hoá năng lượng trong đời sống – *6.8. Forms of Energy and Energy Transformation in Practice* 163
6.9. Bài tập vận dụng có lời giải – *6.9. Applied exercises with solutions* 166
6.10. Câu hỏi tự luận và dàn ý trả lời – *6.10. Essay questions and answer outlines* 167
6.11. Câu hỏi trắc nghiệm – *6.11. Multiple-choice questions* 170

Chương 7. Động lượng, va chạm và khối tâm – *Chapter 7. Momentum, Collisions and Center of Mass* 172
7.1. Động lượng và xung lượng của lực – *7.1. Momentum and Impulse* 172
7.2. Định luật bảo toàn động lượng – *7.2. Conservation of Linear Momentum* 174
7.3. Va chạm mềm và va chạm đàn hồi một chiều – *7.3. Inelastic and Elastic Collisions in One Dimension* 177
7.4. Va chạm trong hai chiều – *7.4. Collisions in Two Dimensions* 179
7.5. Khối tâm của hệ chất điểm và vật liên tục – *7.5. Center of Mass of Particles and Continuous Objects* 182
7.6. Chuyển động của khối tâm – *7.6. Motion of the Center of Mass* 184
7.7. Chuyển động bằng phản lực của tên lửa – *7.7. Rocket Propulsion* 187
7.8. Chọn công cụ giải: động lực học, năng lượng hay động lượng – *7.8. Choosing a Method: Forces, Energy or Momentum* 190

7.9. Bài tập vận dụng có lời giải – *7.9. Applied exercises with solutions* 193
7.10. Câu hỏi tự luận và dàn ý trả lời – *7.10. Essay questions and answer outlines* 194
7.11. Câu hỏi trắc nghiệm – *7.11. Multiple-choice questions* 196

Chương 8. Chuyển động quay của vật rắn – *Chapter 8. Rotation of Rigid Bodies* 199
8.1. Toạ độ góc, vận tốc góc và gia tốc góc – *8.1. Angular Position, Angular Velocity and Angular Acceleration* 199
8.2. Quay với gia tốc góc không đổi – *8.2. Rotation with Constant Angular Acceleration* 202
8.3. Liên hệ giữa đại lượng góc và đại lượng dài – *8.3. Relating Angular and Linear Quantities* 204
8.4. Mômen quán tính và định lý trục song song – *8.4. Moment of Inertia and the Parallel-Axis Theorem* 207
8.5. Động năng quay – *8.5. Rotational Kinetic Energy* 210
8.6. Mômen lực – *8.6. Torque* 212
8.7. Định luật II Newton cho chuyển động quay, công và công suất quay – *8.7. Newton's Second Law for Rotation, Rotational Work and Power* 215
8.8. Chuyển động lăn không trượt – *8.8. Rolling Without Slipping* 217
8.9. Bài tập vận dụng có lời giải – *8.9. Applied exercises with solutions* 220
8.10. Câu hỏi tự luận và dàn ý trả lời – *8.10. Essay questions and answer outlines* 222
8.11. Câu hỏi trắc nghiệm – *8.11. Multiple-choice questions* 224

Chương 9. Mômen động lượng, cân bằng tĩnh và tính đàn hồi – *Chapter 9. Angular Momentum, Static Equilibrium and Elasticity* 227
9.1. Mômen động lượng của chất điểm và vật rắn – *9.1. Angular Momentum of a Particle and a Rigid Body* 227
9.2. Bảo toàn mômen động lượng – *9.2. Conservation of Angular Momentum* 230
9.3. Con quay và chuyển động tuế sai – *9.3. Gyroscopes and Precession* 232
9.4. Hai điều kiện cân bằng tĩnh của vật rắn – *9.4. The Two Conditions for Static Equilibrium* 235
9.5. Giải bài cân bằng: thang dựa tường, thanh treo, cánh tay – *9.5. Equilibrium Problems: Ladders, Beams and Forearms* 237
9.6. Ứng suất, biến dạng và môđun Young – *9.6. Stress, Strain and Young's Modulus* 240
9.7. Môđun khối và môđun cắt – *9.7. Bulk Modulus and Shear Modulus* 243
9.8. Giới hạn đàn hồi, dẻo và phá huỷ – *9.8. Elastic Limit, Plasticity and Fracture* 246
9.9. Bài tập vận dụng có lời giải – *9.9. Applied exercises with solutions* 248
9.10. Câu hỏi tự luận và dàn ý trả lời – *9.10. Essay questions and answer outlines* 250
9.11. Câu hỏi trắc nghiệm – *9.11. Multiple-choice questions* 252

Chương 10. Lực hấp dẫn và cơ học chất lưu – *Chapter 10. Gravitation and Fluid Mechanics* 254
10.1. Định luật vạn vật hấp dẫn và gia tốc trọng trường – *10.1. Newton's Law of Gravitation and the Acceleration of Gravity* 254
10.2. Thế năng hấp dẫn và tốc độ vũ trụ cấp hai – *10.2. Gravitational Potential Energy and Escape Speed* 256

10.3. Quỹ đạo vệ tinh và ba định luật Kepler – *10.3. Satellite Orbits and Kepler's Laws* 259
10.4. Khối lượng riêng và áp suất chất lưu – *10.4. Density and Fluid Pressure* 261
10.5. Nguyên lý Pascal và đo áp suất – *10.5. Pascal's Principle and Measuring Pressure* 264
10.6. Lực đẩy Archimedes và sự nổi – *10.6. Archimedes' Principle and Buoyancy* 267
10.7. Phương trình liên tục và phương trình Bernoulli – *10.7. The Continuity Equation and Bernoulli's Equation* 270
10.8. Độ nhớt và dòng chảy tầng, dòng chảy rối – *10.8. Viscosity, Laminar Flow and Turbulence* 273
10.9. Bài tập vận dụng có lời giải – *10.9. Applied exercises with solutions* 276
10.10. Câu hỏi tự luận và dàn ý trả lời – *10.10. Essay questions and answer outlines* ...278
10.11. Câu hỏi trắc nghiệm – *10.11. Multiple-choice questions* 280

Chương 11. Dao động, sóng cơ và âm thanh – *Chapter 11. Oscillations, Mechanical Waves and Sound* 283
11.1. Dao động điều hoà của con lắc lò xo – *11.1. Simple Harmonic Motion of a Mass on a Spring* 283
11.2. Năng lượng trong dao động điều hoà – *11.2. Energy in Simple Harmonic Motion*286
11.3. Con lắc đơn và con lắc vật lý – *11.3. Simple and Physical Pendulums* 289
11.4. Dao động tắt dần, dao động cưỡng bức và cộng hưởng – *11.4. Damped and Driven Oscillations and Resonance* 291
11.5. Sóng cơ: sóng ngang, sóng dọc, bước sóng và tốc độ truyền – *11.5. Mechanical Waves: Transverse, Longitudinal, Wavelength and Speed* 294
11.6. Giao thoa, sóng dừng và cộng hưởng trên dây – *11.6. Interference, Standing Waves and Resonance on Strings* 297
11.7. Sóng âm, cường độ âm và mức cường độ âm – *11.7. Sound Waves, Intensity and Sound Level in Decibels* 300
11.8. Cộng hưởng trong ống khí, phách và hiệu ứng Doppler – *11.8. Resonance in Air Columns, Beats and the Doppler Effect* 303
11.9. Bài tập vận dụng có lời giải – *11.9. Applied exercises with solutions* 307
11.10. Câu hỏi tự luận và dàn ý trả lời – *11.10. Essay questions and answer outlines* ...309
11.11. Câu hỏi trắc nghiệm – *11.11. Multiple-choice questions* 311

Phụ lục A. Đáp án trắc nghiệm – *Appendix A. Answers to the multiple-choice questions* 313

Phụ lục B. Bảng thuật ngữ Việt – Anh – *Appendix B. Vietnamese–English glossary*. 326

Phụ lục C. Tài liệu tham khảo – *Appendix C. References* 332

Chương 1. Đo lường, phương pháp giải bài và vectơ – *Chapter 1. Measurement, Problem Solving and Vectors*

Mục tiêu chương – *Chapter objectives*

- Đổi được đơn vị bằng thừa số quy đổi, kiểm tra công thức bằng thứ nguyên và làm tròn kết quả đúng số chữ số có nghĩa
  Convert units with conversion factors, check formulas by dimensional analysis, and round results to the right number of significant figures
- Phân biệt đại lượng vô hướng với đại lượng vectơ, rồi cộng, trừ vectơ bằng hình và bằng thành phần
  Tell scalars from vectors, then add and subtract vectors graphically and by components
- Tính tích vô hướng, tích có hướng, góc giữa hai vectơ và xác định hướng của tích có hướng bằng quy tắc bàn tay phải
  Compute the dot product, the cross product and the angle between two vectors, and find the direction of a cross product with the right-hand rule

1.1. Vật lý nghiên cứu gì: thang độ lớn từ hạt cơ bản đến vũ trụ – *1.1. What Physics Studies: Scales from Subatomic Particles to the Universe*

Vật lý đi tìm quy luật chung cho các hiện tượng tự nhiên, từ hạt nhỏ nhất đến cả vũ trụ. Quả táo rơi và Mặt Trăng quay quanh Trái Đất trông khác hẳn nhau, nhưng cùng một quy luật hấp dẫn giải thích được cả hai. Vì thế người ta hay gọi vật lý là cuộc tìm kiếm sự đơn giản: ít quy luật mà giải thích được nhiều thứ.

Physics looks for general rules that cover natural phenomena, from the smallest particles to the whole universe. A falling apple and the Moon circling Earth look very different, yet one law of gravity explains both. That is why people call physics a search for simplicity: a few rules that account for many things.

Mô hình, giả thuyết, định luật, lý thuyết – *Models, hypotheses, laws, and theories*

Bốn từ này hay bị dùng lẫn, nên bạn cần tách rõ ngay từ đầu.

These four words get mixed up often, so separate them early.

- Mô hình là bản vẽ đơn giản hoá của một hệ thực: giữ vài đặc điểm cần dùng, bỏ phần còn lại. Sơ đồ tuyến tàu điện là ví dụ quen thuộc: đúng thứ tự các ga, nhưng không đúng hình dạng đường phố.
  A model is a simplified picture of a real system. It keeps the few features you need and drops the rest. A metro map is a familiar case: the order of stations is right, but the street layout is not.
- Giả thuyết là một dự đoán có thể kiểm tra bằng thí nghiệm, nhưng chưa được thử đủ. Ví dụ: "trong chân không, viên bi và chiếc lông rơi nhanh như nhau".
  A hypothesis is a prediction that an experiment can test, but it has not yet been tested enough. Example: "in a vacuum, a marble and a feather fall equally fast."
- Định luật là lời mô tả ngắn gọn một mẫu hình lặp đi lặp lại trong tự nhiên, được nhiều thí nghiệm ủng hộ. Nó thường viết được thành một công thức. Định luật cho biết điều

gì xảy ra.
A law is a short description of a pattern that keeps repeating in nature, backed by many experiments. It can often be written as one formula. A law tells you what happens.

- Lý thuyết là lời giải thích kiểm tra được cho các mẫu hình đó, đã được nhiều nhóm nghiên cứu xác nhận nhiều lần. Nó cho biết vì sao, và phủ cả một lĩnh vực rộng. Mô hình thì chỉ lo vài khía cạnh.
A theory is a testable explanation of such patterns, confirmed many times by different research groups. It tells you why, and it covers a whole field. A model only handles a few aspects.

Trong đời thường, "chỉ là lý thuyết" nghĩa là "chỉ là phỏng đoán". Trong khoa học thì ngược lại. Nếu thí nghiệm bác bỏ một hệ quả của lý thuyết, lý thuyết phải được sửa, bị thu hẹp phạm vi áp dụng hoặc bị bỏ. Hai lý thuyết cùng khớp với số liệu thì chưa thể nói cái nào đúng hơn, cho đến khi có thí nghiệm phân biệt được chúng.
In everyday talk, "just a theory" means "just a guess." In science it is the opposite. If an experiment contradicts one consequence of a theory, the theory must be revised, limited to a narrower range, or dropped. If two theories fit the data equally well, you cannot call one more valid until an experiment tells them apart.

Mô hình khác lý thuyết ở độ phủ. Mô hình chỉ cần đúng ở những khía cạnh nó nhắm tới, như sơ đồ tàu điện đúng thứ tự ga. Lý thuyết phải đúng với mọi hệ nằm trong phạm vi của nó, và mọi hệ quả kiểm tra được đều phải được thử. Có lý thuyết đi kèm mô hình để dễ hình dung, có lý thuyết thì không cần.
A model differs from a theory in coverage. A model only has to be right about the aspects it aims at, as the metro map is right about station order. A theory must hold for every system inside its range, and every testable consequence must be tried. Some theories come with a model to help you picture them, and some do not need one.

Bậc độ lớn – *Order of magnitude*

Bậc độ lớn của một số là luỹ thừa của 10 gần nó nhất, theo kiểu làm tròn trên thang nhân. Hai đại lượng lệch nhau một bậc thì đại lượng này gấp khoảng 10 lần đại lượng kia. Dùng bậc độ lớn, bạn so sánh nhanh các số rất lớn hoặc rất nhỏ mà không cần máy tính.
The order of magnitude of a number is the nearest power of 10, rounded on a multiplying scale. If two quantities differ by one order, one is about 10 times the other. With it you can compare very large or very small numbers quickly, without a calculator.

1. Viết số dưới dạng $a \times 10^n$, trong đó $1 \le a < 10$.
Write the number as $a \times 10^n$, where $1 \le a < 10$.
2. So a với 3. Con số 3 xấp xỉ điểm giữa 1 và 10 khi tính theo thang nhân (căn bậc hai của 10 là 3,16).
Compare a with 3. The value 3 is roughly the midpoint between 1 and 10 on a multiplying scale (the square root of 10 is 3.16).
3. Nếu a nhỏ hơn 3 thì giữ 10^n. Nếu a từ 3 trở lên thì lấy 10^(n+1).
If a is below 3, keep 10^n. If a is 3 or more, use 10^(n+1).

VÍ DỤ / EXAMPLE – Khối lượng Trái Đất khoảng 6×10^{24} kg. Vì 6 lớn hơn 3, bậc độ lớn là 10^{25} kg. Chiều dài 0,00002 m viết thành 2×10^{-5} m. Vì 2 nhỏ hơn 3, bậc độ lớn là 10^{-5} m.
Earth's mass is about 6×10^{24} kg. Since 6 is above 3, the order of magnitude is 10^{25} kg. A length of 0.00002 m is 2×10^{-5} m. Since 2 is below 3, the order of magnitude is 10^{-5} m.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Thử thêm bốn số. 5 200 000 = $5{,}2 \times 10^{6}$, a = 5,2 ≥ 3 nên bậc là 10^{7}. 2 700 = $2{,}7 \times 10^{3}$, a = 2,7 < 3 nên bậc là 10^{3}. 0,00031 = $3{,}1 \times 10^{-4}$, a = 3,1 ≥ 3 nên bậc là 10^{-3}. 0,04 = 4×10^{-2}, a = 4 ≥ 3 nên bậc là 10^{-1}. Chú ý số 0,04: bậc tăng lên một nấc, từ 10^{-2} lên 10^{-1}, vì số mũ lớn hơn nghĩa là số lớn hơn.
Try four more numbers. 5 200 000 = 5.2×10^{6}, a = 5.2 is at least 3, so the order is 10^{7}. 2 700 = 2.7×10^{3}, a = 2.7 is below 3, so the order is 10^{3}. 0.00031 = 3.1×10^{-4}, a = 3.1 is at least 3, so the order is 10^{-3}. 0.04 = 4×10^{-2}, a = 4 is at least 3, so the order is 10^{-1}. Look at 0.04: the order goes up one step, from 10^{-2} to 10^{-1}, because a larger exponent means a larger number.

Thang chiều dài, khối lượng và thời gian – *Scales of length, mass, and time*

Các giá trị sau đã làm tròn, chỉ để bạn hình dung cỡ lớn.
The values that follow are rounded, only to give you a feel for the sizes.

- Chiều dài: hạt nhân nguyên tử 10^{-15} m; nguyên tử 10^{-10} m; virus 10^{-7} m; tế bào 10^{-5} m; con người 10^{0} m; Trái Đất (đường kính) 10^{7} m; khoảng cách Trái Đất đến Mặt Trời 10^{11} m; vũ trụ quan sát được (đường kính) 10^{27} m.
  Length: atomic nucleus 10^{-15} m; atom 10^{-10} m; virus 10^{-7} m; cell 10^{-5} m; human 10^{0} m; Earth (diameter) 10^{7} m; Earth–Sun distance 10^{11} m; observable universe (diameter) 10^{27} m.
- Khối lượng: electron 10^{-30} kg; proton 10^{-27} kg; con người 10^{2} kg; Trái Đất 10^{25} kg; Mặt Trời 10^{30} kg; vũ trụ quan sát được cỡ 10^{53} kg (ước tính).
  Mass: electron 10^{-30} kg; proton 10^{-27} kg; human 10^{2} kg; Earth 10^{25} kg; Sun 10^{30} kg; observable universe about 10^{53} kg (an estimate).
- Thời gian: ánh sáng đi qua một hạt nhân cỡ 10^{-23} s; một nhịp tim 10^{0} s; một ngày 10^{5} s; một đời người 10^{9} s; tuổi vũ trụ 10^{18} s.
  Time: light crossing a nucleus takes about 10^{-23} s; one heartbeat 10^{0} s; one day 10^{5} s; a human lifetime 10^{9} s; age of the universe 10^{18} s.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Tế bào người rộng khoảng 10 µm = 10^{-5} m, nguyên tử rộng khoảng 10^{-10} m. Thương là $10^{-5} : 10^{-10} = 10^{5}$. Bạn xếp được cỡ 100 000 nguyên tử thành một hàng ngang qua một tế bào. Về thời gian, đời người 80 năm ≈ $80 \times 3{,}15 \times 10^{7}$ s ≈ $2{,}5 \times 10^{9}$ s. Tuổi vũ trụ 13,8 tỉ năm ≈ $4{,}4 \times 10^{17}$ s. Thương là $(4{,}4 \times 10^{17}) : (2{,}5 \times 10^{9}) \approx 1{,}7 \times 10^{8}$. Vũ trụ già hơn một đời người cỡ 170 triệu lần.
A human cell is about 10 µm = 10^{-5} m wide, and an atom is about 10^{-10} m wide. The ratio is $10^{-5} : 10^{-10} = 10^{5}$. You could line up about 100 000 atoms across one cell. For time, an 80-year life is about $80 \times 3.15 \times 10^{7}$ s ≈ 2.5×10^{9} s. The universe, at 13.8 billion years, is about 4.4×10^{17} s. The ratio is $(4.4 \times 10^{17}) : (2.5 \times 10^{9}) \approx 1.7 \times 10^{8}$. The universe is about 170 million times older than a human life.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Mặt Trời nặng khoảng 2×10^{30} kg, Trái Đất khoảng 6×10^{24} kg. Bậc của Mặt Trời là 10^{30} (vì 2 < 3), bậc của Trái Đất là 10^{25} (vì 6 ≥ 3). Hiệu hai số mũ là 30 − 25 = 5, nên Mặt Trời nặng cỡ 10^{5} lần Trái Đất. Tính chính xác: $(2 \times 10^{30}) : (6 \times 10^{24}) \approx 3{,}3 \times 10^{5}$. Hai kết quả cùng cỡ trăm nghìn, đủ để bạn hình dung mà không cần máy tính.
The Sun weighs about 2×10^{30} kg, Earth about 6×10^{24} kg. The Sun's order is 10^{30} (since 2 < 3), and

Earth's is 10^{25} (since $6 \geq 3$). The exponents differ by $30 - 25 = 5$, so the Sun is about 10^5 times as heavy as Earth. The exact calculation, $(2 \times 10^{30}) : (6 \times 10^{24}) \approx 3.3 \times 10^5$, lands in the same hundred-thousands range, close enough for a mental picture without a calculator.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Chỉ nhìn số mũ mà không xét a. Số 6×10^{24} có bậc 10^{25}, không phải 10^{24}. Lỗi thứ hai: nghĩ rằng 10^{-10} lớn hơn 10^{-5} vì 10 lớn hơn 5. Số mũ âm càng sâu thì số càng nhỏ.
Looking only at the exponent and ignoring a. The number 6×10^{24} has order 10^{25}, not 10^{24}. A second slip: thinking 10^{-10} is bigger than 10^{-5} because 10 is bigger than 5. The more negative the exponent, the smaller the number.

PHẢI THUỘC / MEMORISE – Bậc độ lớn: viết $a \times 10^n$; a nhỏ hơn khoảng 3 thì giữ 10^n, từ 3 trở lên thì lấy 10^(n+1). Định luật mô tả điều gì xảy ra, lý thuyết giải thích vì sao.
Order of magnitude: write $a \times 10^n$. If a is below about 3, keep 10^n. If a is about 3 or more, use 10^(n+1). A law describes what happens, and a theory explains why.

1.2. Hệ đơn vị SI và cách đổi đơn vị – *1.2. SI Units and Unit Conversion*

Mỗi người đo một kiểu thì không ai so sánh được kết quả. Vì vậy cả thế giới khoa học dùng chung một bộ đơn vị gọi là hệ SI (Système International, hệ đơn vị quốc tế). Cách làm của nó giống một bộ Lego: chọn vài mảnh gốc, rồi ghép thành mọi mảnh khác.
Measurements only make sense when everyone uses the same units. Scientists worldwide share one system, called SI (Système International, the International System of Units). It works like a Lego set: pick a few basic pieces, then build every other piece from them.

Mảnh gốc gọi là đại lượng cơ bản, đơn vị của nó là đơn vị cơ bản. Đại lượng nào ghép được từ các đại lượng cơ bản gọi là đại lượng dẫn xuất. Ví dụ tốc độ là độ dài chia thời gian, nên đơn vị của nó là mét trên giây (m/s).
A basic piece is a base quantity, and its unit is a base unit. Any quantity built by combining base quantities is a derived quantity. Speed, for example, is length divided by time, so its unit is meters per second (m/s).

Bảy đại lượng cơ bản của SI – *The seven SI base quantities*

Đại lượng *Quantity*	**Đơn vị** *Unit*	**Ký hiệu** *Symbol*
Độ dài *Length*	mét *meter*	m
Khối lượng *Mass*	kilôgam *kilogram*	kg
Thời gian *Time*	giây *second*	s
Cường độ dòng điện *Electric current*	ampe *ampere*	A

Đại lượng *Quantity*	**Đơn vị** *Unit*	**Ký hiệu** *Symbol*
Nhiệt độ nhiệt động *Thermodynamic temperature*	kenvin *kelvin*	K
Lượng chất *Amount of substance*	mol *mole*	mol
Cường độ sáng *Luminous intensity*	candela	cd

Phần học Vật lý F1 chủ yếu dùng ba đơn vị đầu: m, kg, s. Bốn đơn vị còn lại sẽ gặp ở nhiệt học và điện học. Các đơn vị khác là đơn vị dẫn xuất, ví dụ niutơn (N) là lực, với 1 N = 1 kg·m/s².

Mechanics mostly uses the first three: m, kg and s. The other four appear later in heat and electricity. Everything else is a derived unit. The newton (N), the unit of force, is one example: 1 N = 1 kg·m/s².

> **VÍ DỤ / EXAMPLE –** Một vật nặng 3 kg có gia tốc 2 m/s². Lực tác dụng là khối lượng nhân gia tốc: 3 kg × 2 m/s² = 6 kg·m/s², tức 6 N. Đơn vị niutơn tự xuất hiện từ các đơn vị cơ bản.
> *A 3 kg object accelerates at 2 m/s². The force is mass times acceleration: 3 kg × 2 m/s² = 6 kg·m/s², which is 6 N. The newton comes straight out of the base units.*

Tiền tố: viết số rất lớn, rất nhỏ cho gọn – *Prefixes: writing huge and tiny numbers compactly*

Đường kính sợi tóc cỡ 0,00007 m. Viết như vậy khó đọc, nên người ta gắn một tiền tố (chữ đứng trước đơn vị) để thay cho một lũy thừa của 10. Bốn tiền tố cần thuộc nhất:

A hair is about 0.00007 m across. That is clumsy to write, so we attach a prefix (a letter group in front of the unit) that stands for a power of 10. These four are the ones to memorize:

Tiền tố *Prefix*	**Ký hiệu** *Symbol*	**Hệ số** *Factor*
kilo	k	10^3 (một nghìn) *10^3 (one thousand)*
mili *milli*	m	10^(-3) (một phần nghìn) *10^(-3) (one thousandth)*
micro	µ	10^(-6) (một phần triệu) *10^(-6) (one millionth)*
nano	n	10^(-9) (một phần tỉ) *10^(-9) (one billionth)*

Ví dụ 5 nm = 5 × 10^(-9) m và 450 µs = 4,5 × 10^(-4) s. Riêng khối lượng, đơn vị gốc đã có sẵn "kilo", nên tiền tố gắn vào gam: một nghìn kilôgam là 1 Mg (mêgagam), không viết "kilô-kilôgam".

So 5 nm = 5 × 10^(-9) m and 450 µs = 4.5 × 10^(-4) s. Mass is the odd one: the base unit already contains "kilo", so prefixes attach to the gram instead. A thousand kilograms is 1 Mg (megagram), never "kilokilogram".

VÍ DỤ / EXAMPLE – Đổi 0,45 mm sang µm. Ta có 1 mm = 10^(-3) m và 1 µm = 10^(-6) m. Vậy 0,45 mm = 0,45 × 10^(-3) m = 0,45 × 10^(-3) / 10^(-6) µm = 0,45 × 10^3 = 450 µm. Tiền tố nhỏ hơn thì số đo phải lớn hơn.
Convert 0.45 mm to µm. We have 1 mm = 10^(-3) m and 1 µm = 10^(-6) m. So 0.45 mm = 0.45 × 10^(-3) m = 0.45 × 10^(-3) / 10^(-6) µm = 0.45 × 10^3 = 450 µm. A smaller prefix means a bigger number.

Đổi đơn vị bằng hệ số chuyển đổi – *Converting units with conversion factors*

Hệ số chuyển đổi là một phân số bằng đúng 1, vì tử và mẫu là cùng một lượng viết bằng hai đơn vị. Ví dụ 1 km = 1000 m nên 1000 m / 1 km = 1. Nhân một đại lượng với số 1 thì giá trị không đổi, chỉ đổi cách viết.
A conversion factor is a fraction equal to exactly 1, because top and bottom are the same amount written in two units. Since 1 km = 1000 m, the fraction 1000 m / 1 km equals 1. Multiplying by 1 leaves the value unchanged and only changes how it is written.

1. Viết đại lượng cần đổi kèm đơn vị.
   Write the quantity with its unit.
2. Chọn hệ số chuyển đổi sao cho đơn vị cần bỏ nằm ở phía đối diện với chỗ nó đang đứng, để gạch chéo triệt tiêu.
   Choose a factor that puts the unit you want to remove on the opposite side, so it cancels.
3. Nếu đơn vị bị bình phương hay lập phương, dùng hệ số đó hai hay ba lần.
   If a unit is squared or cubed, use its factor two or three times.
4. Nhân các số, kiểm tra đơn vị còn lại đúng là đơn vị cần có.
   Multiply the numbers and check that the remaining unit is the one you wanted.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Đổi 72 km/h sang m/s. 72 km/h × (1000 m / 1 km) × (1 h / 3600 s). Km và h triệt tiêu, còn m/s. Tính 72 × 1000 / 3600 = 20. Đáp số: 20 m/s. Mẹo nhớ: chia km/h cho 3,6 ra m/s.
Convert 72 km/h to m/s. 72 km/h × (1000 m / 1 km) × (1 h / 3600 s). The km and h cancel, leaving m/s. Compute 72 × 1000 / 3600 = 20. Answer: 20 m/s. Shortcut: divide km/h by 3.6 to get m/s.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Đổi 250 cm^2 sang m^2. Vì 1 cm = 10^(-2) m nên 1 cm^2 = $(10^{(-2)})^2$ m^2 = 10^(-4) m^2. Vậy 250 × 10^(-4) = 0,025 m^2.
Convert 250 cm^2 to m^2. Since 1 cm = 10^(-2) m, 1 cm^2 = $(10^{(-2)})^2$ m^2 = 10^(-4) m^2. So 250 × 10^(-4) = 0.025 m^2.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Đổi 2,7 g/cm^3 (nhôm) sang kg/m^3. Tử số: 1 g = 10^(-3) kg. Mẫu số: 1 m = 100 cm nên 1 m^3 = 10^6 cm^3, tức 1/cm^3 = 10^6 / m^3. Vậy 2,7 × 10^(-3) × 10^6 = 2,7 × 10^3 = 2700 kg/m^3. Kiểm tra: 1 g/cm^3 của nước ra 1000 kg/m^3, đúng.
Convert 2.7 g/cm^3 (aluminum) to kg/m^3. Top: 1 g = 10^(-3) kg. Bottom: 1 m = 100 cm, so 1 m^3 = 10^6 cm^3, meaning 1/cm^3 = 10^6 / m^3. So 2.7 × 10^(-3) × 10^6 = 2.7 × 10^3 = 2700 kg/m^3. Check: water at 1 g/cm^3 gives 1000 kg/m^3, which is correct.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Đổi cm² mà chỉ nhân 10^(-2) một lần, ra 2,5 m² thay vì 0,025 m². Đơn vị bình phương thì hệ số cũng phải bình phương.
Converting cm² with a single factor of 10^(-2) gives 2.5 m² instead of 0.025 m². A squared unit needs a squared factor.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Nhầm hoa thường: mm (milimét) khác Mm (mêgamét), chênh nhau 10^9 lần. Nhầm 1 giờ = 100 giây cũng hay gặp, đúng là 3600 s.
Mixing letter case: mm (millimeter) and Mm (megameter) differ by a factor of 10^9. Another slip is treating an hour as 100 seconds. It is 3600 s.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Đưa số vào công thức khi chưa đổi về m, kg, s. Chẳng hạn lấy 500 g nhân 2 m/s² rồi ghi 1000 N là sai. Phải đổi 500 g = 0,5 kg trước, khi đó F = 0,5 × 2 = 1 N.
Plugging numbers into a formula before converting to m, kg and s. Multiplying 500 g by 2 m/s² and writing 1000 N is wrong. Convert 500 g = 0.5 kg first, and then F = 0.5 × 2 = 1 N.

PHẢI THUỘC / MEMORISE – Bảy đại lượng cơ bản và đơn vị của chúng; k = 10^3, m = 10^(-3), μ = 10^(-6), n = 10^(-9); đổi đơn vị là nhân với các phân số bằng 1 sao cho đơn vị cũ triệt tiêu.
The seven base quantities and their units; k = 10^3, m = 10^(-3), μ = 10^(-6), n = 10^(-9); converting means multiplying by fractions equal to 1 so the old unit cancels.

1.3. Phân tích thứ nguyên để kiểm tra công thức – *1.3. Dimensional Analysis for Checking Formulas*

Hãy tưởng tượng bạn đọc một dòng ghi "quãng đường đi được là 5 giây". Nghe đã thấy sai, dù chưa tính gì. Thứ nguyên (dimension) là cách làm cho cảm giác đó thành công cụ: nó cho biết một đại lượng được dựng từ loại đại lượng cơ bản nào. Ba loại ta dùng trong cơ học là chiều dài, ký hiệu L, khối lượng, ký hiệu M, và thời gian, ký hiệu T.
Imagine reading "the distance traveled is 5 seconds". It sounds wrong before you calculate anything. Dimension turns that gut feeling into a tool: it tells you which basic kinds of quantity a physical quantity is built from. In mechanics there are three: length, symbol L, mass, symbol M, and time, symbol T.

Ta viết [x] để chỉ thứ nguyên của đại lượng x. Thứ nguyên thuộc về loại, không thuộc về cách đo: mét, dặm và feet đều có thứ nguyên L. Thứ nguyên cũng tuân theo đại số như đơn vị. Diện tích là chiều dài nhân chiều dài nên [A] = L². Vận tốc là chiều dài chia thời gian nên [v] = LT^(-1).
We write [x] for the dimension of a quantity x. It describes the kind of quantity, not how you measure it: meters, miles and feet all have dimension L. Dimensions follow the same algebra as units. Area is length times length, so [A] = L². Speed is length divided by time, so [v] = LT^(-1).

Đại lượng *Quantity*	**Thứ nguyên** *Dimension*	**Cách có được** *How it arises*
Vận tốc *Velocity*	LT^(-1)	Chiều dài chia thời gian *Length divided by time*

Đại lượng *Quantity*	**Thứ nguyên** *Dimension*	**Cách có được** *How it arises*
Gia tốc *Acceleration*	LT^(-2)	Vận tốc chia thời gian *Velocity divided by time*
Lực *Force*	MLT^(-2)	Khối lượng nhân gia tốc *Mass times acceleration*
Năng lượng *Energy*	ML²T^(-2)	Lực nhân chiều dài *Force times length*

PHẢI THUỘC / MEMORISE – Ba luật của thứ nguyên. Một: chỉ cộng, trừ hoặc cho bằng nhau những đại lượng cùng thứ nguyên. Hai: khi nhân hoặc chia thì thứ nguyên nhân hoặc chia theo. Ba: số thuần như 2, ½, π không có thứ nguyên, và đối số của sin, cos, mũ, lôgarit cũng không có thứ nguyên.
Three rules of dimensions. One: you may only add, subtract or equate quantities with the same dimension. Two: when you multiply or divide, the dimensions multiply or divide too. Three: pure numbers such as 2, ½ and π have no dimension, and neither does the argument of sin, cos, exponentials or logarithms.

Cách kiểm tra một công thức – *How to check a formula*

1. Viết thứ nguyên của từng đại lượng trong công thức, ví dụ [x] = L, [v] = LT^(-1), [t] = T.
   Write down the dimension of every quantity in the formula, for example [x] = L, [v] = LT^(-1), [t] = T.
2. Thay vào vế trái, rồi vế phải. Nếu vế phải là tổng thì làm riêng từng số hạng.
   Substitute into the left side, then the right side. If the right side is a sum, work out each term separately.
3. Rút gọn luỹ thừa của L, M, T ở mỗi vế hoặc mỗi số hạng.
   Simplify the powers of L, M and T on each side or in each term.
4. So sánh. Nếu khác nhau thì công thức chắc chắn sai. Nếu giống nhau thì công thức mới chỉ có thể đúng.
   Compare. If they differ, the formula is certainly wrong. If they match, it is only possibly right.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Kiểm tra $x = x_0 + vt + \frac{1}{2}at^2$. Vế trái: [x] = L. Số hạng x_0 có thứ nguyên L. Số hạng vt: LT^(-1) · T = L. Số hạng $\frac{1}{2}at^2$: LT^(-2) · T² = L (hệ số ½ không có thứ nguyên). Cả ba số hạng đều là L nên công thức nhất quán. Nếu bạn nhớ nhầm thành $x = x_0 + vt + \frac{1}{2}at$ thì số hạng cuối là LT^(-2) · T = LT^(-1), khác L, nên công thức sai.
Check $x = x_0 + vt + \frac{1}{2}at^2$. Left side: [x] = L. The term x_0 has dimension L. The term vt: LT^(-1) · T = L. The term $\frac{1}{2}at^2$: LT^(-2) · T² = L (the factor ½ has no dimension). All three terms are L, so the formula is consistent. If you misremembered it as $x = x_0 + vt + \frac{1}{2}at$, the last term is LT^(-2) · T = LT^(-1), which is not L, so that version is wrong.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Chu kỳ con lắc đơn dài ℓ (dùng chữ ℓ cho độ dài của dây, để khỏi lẫn với ký hiệu thứ nguyên L), gia tốc rơi tự do g. Bạn nhớ hai dạng: $T = 2\pi\sqrt{(\ell/g)}$ và T =

$2\pi\sqrt{(g/\ell)}$. Dạng thứ nhất: $\ell/g = L / (LT^{(-2)}) = T^2$, căn bậc hai ra T, đúng thứ nguyên của thời gian. Dạng thứ hai: $g/\ell = T^{(-2)}$, căn ra $T^{(-1)}$, sai. Chọn dạng thứ nhất.
The period of a simple pendulum with string length ℓ (we use the letter ℓ for the string length, to avoid mixing it with the dimension symbol L) and free-fall acceleration g. You remember two forms: $T = 2\pi\sqrt{(\ell/g)}$ and $T = 2\pi\sqrt{(g/\ell)}$. First form: $\ell/g = L / (LT^{(-2)}) = T^2$, and the square root gives T, the dimension of time. Second form: $g/\ell = T^{(-2)}$, whose root is $T^{(-1)}$, which is wrong. Pick the first form.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Kiểm tra động năng $K = \frac{1}{2}mv^2$. Vế phải: $M \cdot (LT^{(-1)})^2 = ML^2T^{(-2)}$. Đây đúng là thứ nguyên của năng lượng trong bảng, nên công thức nhất quán. Hệ số ½ không đổi thứ nguyên, nên nếu bạn quên nó thì phép kiểm tra vẫn báo khớp.
Check the kinetic energy $K = \frac{1}{2}mv^2$. Right side: $M \cdot (LT^{(-1)})^2 = ML^2T^{(-2)}$. This is exactly the dimension of energy in the table, so the formula is consistent. The factor ½ changes nothing about dimensions, so if you forget it, the check still reports a match.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Bạn nhớ $v = v_0 + at^2$. Số hạng v_0 có thứ nguyên $LT^{(-1)}$. Số hạng at^2: $LT^{(-2)} \cdot T^2 = L$. Hai số hạng khác loại nên không thể cộng, công thức sai. Dạng đúng là $v = v_0 + at$, vì $LT^{(-2)} \cdot T = LT^{(-1)}$, cùng loại với v_0.
You remember $v = v_0 + at^2$. The term v_0 has dimension $LT^{(-1)}$. The term at^2: $LT^{(-2)} \cdot T^2 = L$. The two terms are different kinds, so they cannot be added, and the formula is wrong. The correct form is $v = v_0 + at$, because $LT^{(-2)} \cdot T = LT^{(-1)}$, the same kind as v_0.

Suy ra dạng của một biểu thức – *Deriving the form of an expression*

Khi biết chu kỳ T của vật nặng khối lượng m gắn vào lò xo có độ cứng k, ta đoán $T = C \cdot m^a \cdot k^b$, với C là số thuần. Độ cứng là lực chia độ dài: $[k] = MLT^{(-2)}/L = MT^{(-2)}$. Vế trái có thứ nguyên T, vế phải có $M^{(a+b)} \cdot T^{(-2b)}$.
When a mass m hangs on a spring of stiffness k, you can guess that the period is $T = C \cdot m^a \cdot k^b$, where C is a pure number. Stiffness is force divided by length: $[k] = MLT^{(-2)}/L = MT^{(-2)}$. The left side has dimension T, and the right side has $M^{(a+b)} \cdot T^{(-2b)}$.

VÍ DỤ / EXAMPLE – So sánh mũ của M: $a + b = 0$. So sánh mũ của T: $-2b = 1$, nên $b = -1/2$ và $a = 1/2$. Vậy $T = C\sqrt{(m/k)}$. Thứ nguyên không cho biết C. Phải đo hoặc tính mới biết $C = 2\pi$.
Match the powers of M: $a + b = 0$. Match the powers of T: $-2b = 1$, so $b = -1/2$ and $a = 1/2$. Hence $T = C\sqrt{(m/k)}$. Dimensions cannot tell you C. You need a measurement or a full calculation to find $C = 2\pi$.

Cách làm này dùng được khi bạn biết đại lượng cần tìm phụ thuộc vào những đại lượng nào, nhưng quên công thức. Mỗi loại thứ nguyên cho một phương trình cho các mũ. Nếu số ẩn nhiều hơn số phương trình thì cần thêm dữ kiện.
This method works when you know which quantities the answer depends on but have forgotten the formula. Each kind of dimension gives one equation for the exponents. If there are more unknowns than equations, you need extra information.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Thứ nguyên khớp chưa chứng minh công thức đúng. Công thức $v^2 = 2as$ và $v^2 = as$ đều nhất quán về thứ nguyên, nhưng chỉ một cái đúng. Hệ số số, dấu cộng trừ và dạng hàm nằm ngoài tầm của phép kiểm tra này.
A matching dimension does not prove a formula is right. The formulas $v^2 = 2as$ and $v^2 = as$ are both

dimensionally consistent, yet only one is correct. Numerical factors, signs and the form of a function are beyond what this check can see.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Nhầm thứ nguyên với đơn vị, hoặc cộng hai số hạng khác loại như quãng đường với vận tốc. Quên rằng số trong sin, cos, e^(kt) phải không thứ nguyên: nếu gặp sin(ωt) thì ω phải có thứ nguyên T^(-1).
Confusing dimensions with units, or adding two terms of different kinds, such as a distance and a speed. Forgetting that the argument inside sin, cos or e^(kt) must be dimensionless: for sin(ωt), the quantity ω must have dimension T^(-1).

MẸO / TIP – Cuối mỗi bài, kiểm tra nhanh thứ nguyên của đáp số chữ trước khi thay số. Làm vậy mất vài giây mà bắt được phần lớn lỗi đại số.
At the end of each problem, check the dimension of your symbolic answer before plugging in numbers. It takes a few seconds and catches most algebra slips.

1.4. Chữ số có nghĩa, độ chính xác và ước lượng bậc độ lớn – *1.4. Significant Figures, Precision and Order-of-Magnitude Estimates*

Khi đo chiều dài bằng thước kẻ, bạn đọc được 36,7 cm. Chữ số cuối là chữ số bạn phải ước chừng bằng mắt. Chữ số có nghĩa là các chữ số đáng tin trong một số đo, cộng thêm đúng một chữ số cuối còn nghi ngờ. Viết thêm chữ số là tự nhận mình đo chính xác hơn dụng cụ cho phép.
You read 36.7 cm off a ruler, and the last digit is your own visual estimate. Significant figures are the digits you can trust in a measurement, plus exactly one final uncertain digit. Writing extra digits claims more precision than the instrument can give.

Đếm chữ số có nghĩa – *Counting significant figures*

- Chữ số khác 0 luôn có nghĩa. Số 482 có 3 chữ số có nghĩa.
  Every nonzero digit counts. The number 482 has 3 significant figures.
- Số 0 nằm giữa hai chữ số khác 0 có nghĩa. Số 4,07 có 3.
  A zero between nonzero digits counts. The number 4.07 has 3.
- Số 0 đứng đầu chỉ dùng để định vị dấu phẩy nên không có nghĩa. Số 0,0052 có 2.
  Leading zeros only locate the decimal point, so they do not count. The number 0.0052 has 2.
- Số 0 ở cuối và nằm sau dấu phẩy có nghĩa. Số 3,50 có 3, số 15450,0 có 6.
  Trailing zeros after a decimal point count. The number 3.50 has 3, and 15450.0 has 6.
- Số 0 ở cuối mà không có dấu phẩy thì mơ hồ. Hãy viết $6{,}0\times10^{3}$ (2 chữ số) hoặc $6{,}000\times10^{3}$ (4 chữ số) để nói rõ.
  Trailing zeros with no decimal point are ambiguous. Write 6.0×10^{3} (2 figures) or 6.000×10^{3} (4 figures) to settle it.
- Số đếm chính xác (12 sinh viên) và hằng số định nghĩa (1 m = 100 cm) không giới hạn số chữ số của kết quả.
  Exact counts (12 students) and defined constants (1 m = 100 cm) do not limit the number of figures in a result.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Đếm thử ba số. Số 0,00430 có 3 chữ số có nghĩa: ba số 0 đứng đầu bị bỏ, còn số 0 cuối nằm sau dấu phẩy nên giữ. Số 1005 có 4, vì hai số 0 nằm giữa hai chữ số khác 0. Số $2{,}500\times10^{2}$ có 4. Số 90 000 chưa rõ có từ 1 đến 5 chữ số, nên muốn nói 2 chữ số bạn viết $9{,}0\times10^{4}$.
Count three numbers. The number 0.00430 has 3 significant figures: the three leading zeros are dropped, while the final zero sits after the decimal point and stays. The number 1005 has 4, because the two zeros sit between nonzero digits. The number 2.500×10^{2} has 4. The number 90,000 could have anywhere from 1 to 5, so to say 2 figures you write 9.0×10^{4}.

Làm tròn khi tính toán – *Rounding in calculations*

Có hai quy tắc, tùy phép tính. Nhân hoặc chia: kết quả giữ số chữ số có nghĩa bằng số liệu có ít chữ số có nghĩa nhất. Cộng hoặc trừ: kết quả giữ số chữ số thập phân bằng số liệu có ít chữ số thập phân nhất. Chỉ làm tròn ở kết quả cuối, đừng làm tròn giữa chừng.
There are two rules. For multiplication or division, keep as many significant figures as the input with the fewest. For addition or subtraction, keep as many decimal places as the input with the fewest. Round only the final result, never the intermediate steps.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Tấm gỗ dài 2,35 m (3 chữ số có nghĩa), rộng 1,2 m (2 chữ số có nghĩa). Máy tính cho 2,35 × 1,2 = 2,82. Số ít chữ số nhất là 2, nên diện tích là 2,8 m². Phép cộng: 12,4 + 0,355 + 3,18 = 15,935. Số 12,4 chỉ có 1 chữ số thập phân, nên kết quả là 15,9.
A board is 2.35 m long (3 figures) and 1.2 m wide (2 figures). The calculator gives 2.35 × 1.2 = 2.82. The weakest input has 2 figures, so the area is 2.8 m². For addition: 12.4 + 0.355 + 3.18 = 15.935. The number 12.4 has only 1 decimal place, so the answer is 15.9.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Một xe đi 150,0 m (4 chữ số có nghĩa) trong 12,5 s (3 chữ số có nghĩa). Máy tính cho 150,0 ÷ 12,5 = 12 đúng. Số ít chữ số nhất là 3, nên viết 12,0 m/s. Số 0 cuối được giữ lại để báo đủ 3 chữ số có nghĩa.
A cart travels 150.0 m (4 figures) in 12.5 s (3 figures). The calculator gives 150.0 ÷ 12.5 = 12 exactly. The weakest input has 3 figures, so you write 12.0 m/s. The final zero stays to show all 3 significant figures.

Độ chính xác, độ chụm và sai số phần trăm – *Accuracy, precision and percent uncertainty*

Độ chính xác cho biết số đo gần giá trị chuẩn đến đâu. Độ chụm cho biết các lần đo lặp lại gần nhau đến đâu. Một cái cân có thể chụm mà vẫn lệch.
Accuracy tells you how close a measurement is to the accepted value. Precision tells you how close repeated measurements are to each other. A scale can be precise and still be off.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Quả cân chuẩn nặng 500,0 g. Cân A đo ba lần ra 500,1; 499,9; 500,0 g: vừa chính xác vừa chụm. Cân B ra 507,2; 507,3; 507,2 g: rất chụm nhưng không chính xác, vì lệch khoảng 7 g mỗi lần.
A reference weight is 500.0 g. Scale A reads 500.1, 499.9 and 500.0 g: accurate and precise. Scale B reads 507.2, 507.3 and 507.2 g: very precise but not accurate, since it is off by about 7 g every time.

PHẢI THUỘC / MEMORISE – Sai số phần trăm = (sai số ÷ giá trị đo) × 100%. Khi nhân hoặc chia các đại lượng, cộng các sai số phần trăm lại.

Percent uncertainty = (uncertainty ÷ measured value) × 100%. When you multiply or divide quantities, add their percent uncertainties.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Thước đo được 36,7 cm với sai số 0,1 cm. Sai số phần trăm: 0,1 ÷ 36,7 × 100% ≈ 0,27%, làm tròn thành 0,3%.
A ruler reading is 36.7 cm with an uncertainty of 0.1 cm. Percent uncertainty: 0.1 ÷ 36.7 × 100% ≈ 0.27%, rounded to 0.3%.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Phòng dài 4,0 ± 0,1 m và rộng 3,0 ± 0,1 m. Sai số phần trăm: 0,1/4,0 = 2,5% và 0,1/3,0 ≈ 3,3%. Diện tích 4,0 × 3,0 = 12 m², sai số 2,5% + 3,3% ≈ 5,8%. Đổi ra số: 12 × 0,058 ≈ 0,7. Kết quả: 12 ± 0,7 m².
A room is 4.0 ± 0.1 m long and 3.0 ± 0.1 m wide. Percent uncertainties: 0.1/4.0 = 2.5% and 0.1/3.0 ≈ 3.3%. Area is 4.0 × 3.0 = 12 m², with uncertainty 2.5% + 3.3% ≈ 5.8%. In absolute terms: 12 × 0.058 ≈ 0.7. Result: 12 ± 0.7 m².

Ước lượng kiểu Fermi – *Fermi estimates*

Ước lượng kiểu Fermi cho bạn đáp số đúng về bậc độ lớn (bậc độ lớn là lũy thừa của 10 gần nhất với giá trị). Cách làm là chia câu hỏi thành các đại lượng bạn đã biết, thay bằng số tròn, rồi nhân lại.

A Fermi estimate gives an answer that is right to within its order of magnitude, meaning the nearest power of 10. You split the question into quantities you already know, swap in round numbers, and multiply.

1. Viết câu hỏi thành tích của các đại lượng quen thuộc.
   Write the question as a product of familiar quantities.
2. Thay mỗi đại lượng bằng số tròn, thường chỉ cần 1 chữ số có nghĩa.
   Replace each quantity with a round number, usually with one significant figure.
3. Nhân lại, rồi viết kết quả dạng $a \times 10^n$.
   Multiply, then write the result as $a \times 10^n$.
4. Tự hỏi đáp số có hợp lý không, ví dụ so với một số bạn đã biết.
   Ask whether the answer makes sense, for instance by comparing it with a number you know.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Một người sống 80 năm, tim đập khoảng 70 lần mỗi phút. Số lần đập mỗi năm: 70 × 60 × 24 × 365 ≈ 4×10^7. Cả đời: $4 \times 10^7 \times 80 \approx 3 \times 10^9$. Vậy tim đập cỡ vài tỉ lần, bậc 10^9.
A person lives 80 years, and the heart beats about 70 times a minute. Beats per year: 70 × 60 × 24 × 365 ≈ 4×10^7. Over a lifetime: $4 \times 10^7 \times 80 \approx 3 \times 10^9$. So the heart beats a few billion times, order 10^9.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Làm tròn ở từng bước trung gian, khiến sai số tích lũy. Cách đúng là giữ nguyên số trên máy tính và chỉ làm tròn ở đáp số.
Rounding at every intermediate step, so errors pile up. Keep the full number on your calculator and round only the final answer.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Dùng quy tắc nhân chia cho phép cộng trừ. Phép cộng đếm chữ số thập phân, không đếm chữ số có nghĩa.
Using the multiplication rule for addition. Addition counts decimal places, not significant figures.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Nhầm độ chụm với độ chính xác. Các lần đo giống nhau chưa chắc đã đúng.
Confusing precision with accuracy. Identical readings are not necessarily correct.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Cộng các sai số phần trăm xong rồi quên đổi lại ra đơn vị gốc. Hãy nhân sai số phần trăm với kết quả, như 12 × 0,058 ở ví dụ căn phòng.
Adding the percent uncertainties and then forgetting to convert back to the original unit. Multiply the percent uncertainty by the result, as in 12 × 0.058 in the room example.

1.5. Quy trình giải một bài tập vật lý từ đề đến đáp số – *1.5. A Step-by-Step Method for Solving Physics Problems*

Giải bài vật lý giống nấu một món theo công thức: làm đúng thứ tự thì ít hỏng. Nhiều bạn nhìn đề xong là bấm máy tính ngay, rồi không biết số ra có đúng không. Quy trình sau chia việc thành ba giai đoạn: lập kế hoạch, tính toán, kiểm tra. Tính toán chỉ là một phần ba công việc.
Solving a physics problem is like following a recipe: do the steps in order and you rarely ruin the dish. Many students read the question, grab the calculator, and then cannot tell whether the result is right. The method that follows splits the work into three stages: plan, calculate, check. The calculation is only one third of the job.

Giai đoạn 1: lập kế hoạch – *Stage 1: Make a plan*

1. Đọc đề hai lần, rồi vẽ hình đơn giản. Ghi lên hình chiều dương của trục, mốc thời gian và vị trí xuất phát.
   Read the question twice, then draw a simple sketch. Mark the positive direction, the time origin and the starting position on it.
2. Liệt kê đại lượng đã cho và đại lượng cần tìm, mỗi đại lượng có ký hiệu và đơn vị. Có dữ kiện ẩn trong lời văn, ví dụ "xe dừng hẳn" nghĩa là vận tốc cuối bằng 0, "xuất phát từ nghỉ" nghĩa là vận tốc đầu bằng 0.
   List what is given and what is asked, each with a symbol and a unit. Some data hide in the wording: "comes to a stop" means final velocity is zero, "starts from rest" means initial velocity is zero.
3. Chọn định luật hoặc công thức nối các đại lượng đã cho với đại lượng cần tìm. Hỏi mình: công thức này có chứa ẩn số và chỉ chứa những đại lượng mình biết không?
   Choose the law or formula that links the given quantities to the unknown. Ask yourself: does this formula contain the unknown and only quantities I know?

Giai đoạn 2: tính toán – *Stage 2: Calculate*

1. Đổi hết dữ kiện về đơn vị SI (mét, kilôgam, giây) trước khi tính. Nhân với hệ số đổi sao cho đơn vị cũ triệt tiêu.
   Convert all data to SI units (metre, kilogram, second) before calculating. Multiply by a conversion factor so the old unit cancels.
2. Biến đổi công thức bằng chữ để rút ra ẩn số. Chưa thay số ở bước này.
   Rearrange the formula in symbols until the unknown stands alone. Do not plug in numbers yet.

3. Chỉ khi đã có công thức cuối bằng chữ mới thay số kèm đơn vị, rồi tính. Giữ dư một chữ số ở bước giữa, làm tròn ở đáp số cuối.
Only when the final symbolic formula is ready, substitute the numbers with their units and compute. Keep one extra digit in the middle steps and round only the final answer.

Giai đoạn 3: kiểm tra – *Stage 3: Check*

1. Kiểm tra đơn vị của đáp số có đúng loại đại lượng cần tìm không. Soát thứ nguyên của công thức chữ nếu nghi ngờ.
Check that the unit of the answer matches the kind of quantity you were asked for. Test the dimensions of the symbolic formula if you doubt it.
2. Kiểm tra độ hợp lý: độ lớn so với ước lượng thô, dấu có khớp chiều dương đã chọn không, và so với những đại lượng cùng loại ngoài đời.
Check plausibility: compare the size with a rough estimate, see whether the sign fits your chosen positive direction, and compare with similar quantities in real life.

GHI CHÚ / NOTE – Đơn vị đúng chưa chắc số đúng. Đơn vị sai thì chắc chắn có lỗi.
Correct units do not guarantee a correct number. Wrong units guarantee a mistake.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Một xe máy chạy 54 km/h thì phanh đều và dừng hẳn sau 6,0 s. Tính quãng đường phanh. Hình: trục x theo chiều chuyển động, xe ở x = 0 lúc bắt đầu phanh. Đã cho: v_0 = 54 km/h, v = 0, t = 6,0 s. Cần tìm: s. Công thức gia tốc không đổi: $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$, với $a = (v - v_0)/t$. Thay a bằng chữ, v = 0 thì $a = -v_0/t$, nên $s = v_0t - \frac{1}{2}v_0t = v_0t/2$. Đổi đơn vị: 54 km/h = 54 × 1000 m / 3600 s = 15 m/s. Thay số: s = 15 × 6,0 / 2 = 45 m. Kiểm tra: m/s nhân s ra m, đúng đơn vị chiều dài. Gia tốc là 15/6 = 2,5 m/s², âm, hợp với phanh nhẹ. Quãng 45 m cho xe 54 km/h là hợp lý.
A motorbike travels at 54 km/h, then brakes uniformly and stops after 6.0 s. Find the braking distance. Sketch: x axis along the motion, bike at x = 0 when braking starts. Given: v_0 = 54 km/h, v = 0, t = 6.0 s. Unknown: s. Constant-acceleration formula: $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$, with $a = (v - v_0)/t$. Replace a symbolically; with v = 0, $a = -v_0/t$, so $s = v_0t - \frac{1}{2}v_0t = v_0t/2$. Convert: 54 km/h = 54 × 1000 m / 3600 s = 15 m/s. Substitute: s = 15 × 6.0 / 2 = 45 m. Check: m/s times s gives m, a length. The deceleration is 15/6 = 2.5 m/s², gentle, like light braking. 45 m at 54 km/h is reasonable.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Một vận động viên trượt băng nặng 60 kg đứng yên, rồi đạt 6,0 m/s sau 4,0 s trên mặt băng phẳng. Tính lực đẩy trung bình, bỏ qua ma sát. Đã cho: m = 60 kg, v_0 = 0, v = 6,0 m/s, t = 4,0 s. Cần tìm: F. Gia tốc là $a = (v - v_0)/t$, định luật hai Newton là F = ma, nên $F = m(v - v_0)/t$. Thay số: F = 60 × 6,0 / 4,0 = 90 N. Kiểm tra: kg·m/s² chính là niutơn (N). Lực 90 N cỡ trọng lượng một vật nặng 9 kg, hợp lý cho một cú đẩy.
A skater of mass 60 kg starts at rest and reaches 6.0 m/s after 4.0 s on flat ice. Find the average pushing force, ignoring friction. Given: m = 60 kg, v_0 = 0, v = 6.0 m/s, t = 4.0 s. Unknown: F. Acceleration is $a = (v - v_0)/t$, Newton's second law is F = ma, so $F = m(v - v_0)/t$. Substitute: F = 60 × 6.0 / 4.0 = 90 N. Check: kg·m/s² is the newton (N). A force of 90 N is about the weight of a 9 kg object, reasonable for a push.

Chỗ hay sai – *Common mistakes*

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Quên đổi đơn vị. Nếu lấy luôn 54 vào công thức, bạn được s = 54 × 6,0 / 2 = 162 "m", gấp 3,6 lần đáp số đúng. Con số này vô lý với xe

phanh trong 6 s, và đơn vị thật của nó là km/h·s, không phải mét.
Forgetting to convert. If you plug in 54 directly, you get s = 54 × 6.0 / 2 = 162 "m", 3.6 times the true answer. That is absurd for a bike braking in 6 s, and its real unit is km/h·s, not metres.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Thay số quá sớm. Giả sử phanh trong 7,0 s. Tính a trước: a = -15/7 ≈ -2,14 m/s² (đã làm tròn). Rồi s = 15 × 7,0 + ½ × (-2,14) × 49 = 105 - 52,43 = 52,57 ≈ 52,6 m. Làm bằng chữ cho s = 15 × 7,0 / 2 = 52,5 m. Lệch do làm tròn ở bước giữa, và bạn cũng không thấy được phép rút gọn gọn gàng.
Plugging in too early. Suppose braking takes 7.0 s. Compute a first: a = -15/7 ≈ -2.14 m/s² (rounded). Then s = 15 × 7.0 + ½ × (-2.14) × 49 = 105 - 52.43 = 52.57 ≈ 52.6 m. Working in symbols gives s = 15 × 7.0 / 2 = 52.5 m. The gap comes from rounding mid-way, and you also miss the neat simplification.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Nhầm dấu của gia tốc. Ở ví dụ xe máy, xe giảm tốc nên a = -2,5 m/s². Nếu lấy a = +2,5, bạn được s = 15 × 6,0 + ½ × 2,5 × 36 = 90 + 45 = 135 m, gấp ba đáp số đúng. Xe đang phanh mà đi xa hơn 90 m, quãng nó chạy đều trong 6 s, nên bước kiểm tra độ hợp lý sẽ bắt được lỗi này.
Getting the sign of acceleration wrong. In the motorbike example the bike slows down, so a = -2.5 m/s². If you use a = +2.5, you get s = 15 × 6.0 + ½ × 2.5 × 36 = 90 + 45 = 135 m, three times the correct answer. A braking bike would travel farther than the 90 m it covers at constant speed in 6 s, so the plausibility check catches this error.

MẸO / TIP – Viết đơn vị cạnh mỗi con số khi thay vào. Đơn vị không khớp là dấu hiệu bạn quên đổi hoặc chọn nhầm công thức.
Write the unit next to every number you substitute. A mismatch is a sign you forgot to convert or picked the wrong formula.

1.6. Đại lượng vô hướng, đại lượng vectơ và cách cộng vectơ bằng hình – *1.6. Scalars, Vectors and Graphical Vector Addition*

Có đại lượng chỉ cần một con số là đủ: khối lượng 60 kg, thời gian 5 giây, nhiệt độ 30 °C. Loại này gọi là đại lượng vô hướng (scalar), vì nó chỉ có độ lớn. Có đại lượng nói thiếu hướng thì mất nghĩa: "đi 5 km" chưa cho biết bạn ở đâu, còn "đi 5 km về phía đông" thì đã rõ. Loại có cả độ lớn lẫn hướng gọi là đại lượng vectơ (vector). Độ dời, vận tốc, gia tốc và lực đều là vectơ.
Some quantities need only one number: a mass of 60 kg, a time of 5 s, a temperature of 30 °C. These are scalars, because they have magnitude only. Others lose their meaning without a direction: "walk 5 km" does not tell you where you end up, but "walk 5 km east" does. A quantity with both magnitude and direction is a vector. Displacement, velocity, acceleration and force are all vectors.

Ta vẽ vectơ bằng một mũi tên. Chiều dài mũi tên tỉ lệ với độ lớn, hướng mũi tên là hướng của vectơ. Đầu có mũi gọi là "đầu" (head), đầu kia gọi là "đuôi" (tail). Trong sách, vectơ viết bằng chữ có mũi tên nhỏ phía trên, ví dụ $\vec{A}$, còn độ lớn của nó viết A hoặc $|\vec{A}|$ và luôn là số không âm.
A vector is drawn as an arrow. The arrow's length is proportional to the magnitude, and its pointing direction is the vector's direction. The pointed end is the head and the other end is the

tail. In print a vector is written with a small arrow over the letter, such as $\vec{A}$, while its magnitude is written A or $|\vec{A}|$ and is never negative.

Cách vẽ một vectơ – *Drawing a vector*

1. Chọn tỉ lệ xích, ví dụ 1 cm trên giấy ứng với 100 m ngoài thực tế.
   Choose a scale, for example 1 cm on paper for 100 m in reality.
2. Chọn một hướng chuẩn, thường là trục ngang hướng sang phải, rồi dùng thước đo góc đặt hướng của vectơ so với hướng chuẩn đó.
   Pick a reference direction, usually the horizontal axis pointing right, and use a protractor to set the vector's angle from it.
3. Dùng thước kẻ vẽ đoạn thẳng có chiều dài đúng bằng độ lớn chia cho tỉ lệ xích, rồi thêm mũi tên ở đầu.
   With a ruler, draw a segment whose length equals the magnitude divided by the scale, then add an arrowhead at the end.

Cộng vectơ bằng hình – *Adding vectors graphically*

Tổng của hai hay nhiều vectơ gọi là vectơ tổng (resultant vector). Nó cho kết quả cuối cùng như khi các vectơ thành phần tác dụng lần lượt. Có hai cách vẽ.

The sum of two or more vectors is called the resultant vector. It gives the same final effect as the individual vectors applied one after another. There are two ways to draw it.

- Quy tắc tam giác (đầu nối đuôi): dời song song vectơ $\vec{B}$ sao cho đuôi của $\vec{B}$ trùng đầu của $\vec{A}$. Vectơ tổng đi từ đuôi $\vec{A}$ đến đầu $\vec{B}$. Muốn cộng nhiều vectơ, cứ nối tiếp như vậy, tổng đi từ đuôi vectơ đầu tiên đến đầu vectơ cuối cùng.
  Triangle rule (head to tail): slide $\vec{B}$ parallel to itself until its tail sits on the head of $\vec{A}$. The resultant runs from the tail of $\vec{A}$ to the head of $\vec{B}$. For more vectors, keep chaining them; the resultant runs from the tail of the first to the head of the last.
- Quy tắc hình bình hành: đặt hai vectơ chung đuôi, vẽ hình bình hành nhận chúng làm hai cạnh. Đường chéo xuất phát từ đuôi chung chính là vectơ tổng.
  Parallelogram rule: place the two vectors tail to tail and draw the parallelogram with them as two sides. The diagonal starting at the shared tail is the resultant.

Thứ tự cộng không ảnh hưởng đến kết quả, nhưng vẽ đúng tỉ lệ và đúng góc thì bắt buộc. Độ lớn của tổng thường không bằng tổng các độ lớn, vì đường chéo ngắn hơn tổng hai cạnh. Chỉ khi hai vectơ cùng hướng thì mới có $R = A + B$.

The order of addition does not change the result, but drawing to scale with correct angles is essential. The magnitude of the sum usually differs from the sum of magnitudes, because a diagonal is shorter than the two sides added. Only for vectors pointing the same way does $R = A + B$ hold.

Hai trường hợp đặc biệt nằm trên cùng một đường thẳng. Hai lực 5 N và 3 N cùng hướng cho tổng 8 N, cùng hướng với chúng. Nếu ngược hướng, tổng là $5 - 3 = 2$ N và hướng theo lực lớn hơn. Hai lực vuông góc thì tổng nằm giữa hai mức đó.

Two special cases lie along a single line. Forces of 5 N and 3 N pointing the same way give 8 N in that same direction. If they point opposite ways, the sum is 5 − 3 = 2 N, in the direction of the larger force. Two perpendicular forces give a sum between those two values.

Vectơ đối và phép trừ – *Opposite vectors and subtraction*

Vectơ đối của $\vec{A}$, viết $-\vec{A}$, có cùng độ lớn nhưng ngược hướng. Phép trừ chính là cộng với vectơ đối: $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$. Trên hình, đặt $\vec{A}$ và $\vec{B}$ chung đuôi thì $\vec{A} - \vec{B}$ là mũi tên nối từ đầu $\vec{B}$ đến đầu $\vec{A}$.

The opposite of $\vec{A}$, written $-\vec{A}$, has the same magnitude but points the other way. Subtraction is adding the opposite: $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$. In a drawing, with $\vec{A}$ and $\vec{B}$ sharing a tail, $\vec{A} - \vec{B}$ is the arrow from the head of $\vec{B}$ to the head of $\vec{A}$.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Cho $\vec{A}$ dài 4 đơn vị hướng đông, $\vec{B}$ dài 3 đơn vị hướng bắc. Đặt chung đuôi. Tổng $\vec{A} + \vec{B}$ là đường chéo, độ lớn căn của $(4^2 + 3^2)$ = căn của 25 = 5, hướng khoảng 36,9° về phía bắc của hướng đông. Hiệu $\vec{A} - \vec{B}$ nối từ đầu $\vec{B}$ đến đầu $\vec{A}$: sang đông 4 và xuống nam 3, nên độ lớn cũng là 5, hướng khoảng 36,9° về phía nam của hướng đông. Hai kết quả cùng độ lớn nhưng khác hướng.

Let $\vec{A}$ be 4 units long pointing east and $\vec{B}$ be 3 units long pointing north. Place them tail to tail. The sum $\vec{A} + \vec{B}$ is the diagonal, with magnitude the square root of $(4^2 + 3^2)$ = square root of 25 = 5, at about 36.9° north of east. The difference $\vec{A} - \vec{B}$ runs from the head of $\vec{B}$ to the head of $\vec{A}$: 4 east and 3 south, so its magnitude is also 5, at about 36.9° south of east. The two results have equal magnitude but different directions.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Một người đi bộ trong công viên: 400 m về phía đông, rẽ trái đi 300 m về phía bắc, rẽ trái đi 100 m về phía tây, rồi rẽ trái đi 200 m về phía nam. Tìm độ dời tổng. Chọn tỉ lệ 1 cm ứng với 100 m, bốn mũi tên dài 4 cm, 3 cm, 1 cm, 2 cm. Vẽ đông sang phải, bắc lên trên. Nối đầu của mũi tên này với đuôi mũi tên kế tiếp. Nối đuôi mũi tên đầu với đầu mũi tên cuối. Đo được khoảng 3,2 cm, góc khoảng 18° về phía bắc của hướng đông. Vậy độ dời khoảng 320 m. Kiểm tra: người này đi về phía đông ròng 400 − 100 = 300 m và về phía bắc ròng 300 − 200 = 100 m, nên độ lớn là căn của $(300^2 + 100^2)$ = căn của 100 000 ≈ 316 m, góc có tang bằng 100/300, ra khoảng 18,4°. Quãng đường đi được là 400 + 300 + 100 + 200 = 1000 m, lớn hơn nhiều so với độ dời 316 m.

A hiker in a park walks 400 m east, turns left and walks 300 m north, turns left and walks 100 m west, then turns left and walks 200 m south. Find the total displacement. Use a scale of 1 cm for 100 m, so the arrows are 4 cm, 3 cm, 1 cm and 2 cm long. Draw east to the right and north upward. Join each arrow's tail to the previous arrow's head. Then draw the resultant from the tail of the first arrow to the head of the last. You measure about 3.2 cm at about 18° north of east, so the displacement is roughly 320 m. Check: the net eastward travel is 400 − 100 = 300 m and the net northward travel is 300 − 200 = 100 m, so the magnitude is the square root of $(300^2 + 100^2)$ = square root of 100 000 ≈ 316 m, and the angle has tangent 100/300, about 18.4°. The distance walked is 400 + 300 + 100 + 200 = 1000 m, far more than the 316 m displacement.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Cộng thẳng các độ lớn rồi coi đó là độ lớn của tổng. Chỉ đúng khi các vectơ cùng hướng.

Adding magnitudes directly and calling the result the magnitude of the sum. That works only when the vectors point the same way.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Khi dời vectơ, vô tình xoay mũi tên hoặc đổi độ dài. Dời song song nghĩa là giữ nguyên hướng và độ lớn.
Accidentally rotating or resizing an arrow while moving it. A parallel shift keeps both direction and magnitude.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Vẽ $\vec{A} - \vec{B}$ ngược chiều, từ đầu $\vec{A}$ đến đầu $\vec{B}$. Đúng là từ đầu vectơ bị trừ ($\vec{B}$) đến đầu vectơ đứng trước ($\vec{A}$).
Drawing $\vec{A} - \vec{B}$ backwards, from the head of $\vec{A}$ to the head of $\vec{B}$. The correct arrow runs from the head of the subtracted vector ($\vec{B}$) to the head of the first ($\vec{A}$).

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Lẫn độ dời với quãng đường. Độ dời là mũi tên thẳng từ điểm đầu đến điểm cuối, còn quãng đường là tổng độ dài các đoạn đã đi, nên không bao giờ nhỏ hơn độ lớn độ dời.
Mixing up displacement and distance. Displacement is the straight arrow from start to finish, while distance is the total length of all legs walked, so it is never smaller than the magnitude of the displacement.

PHẢI THUỘC / MEMORISE – Vectơ có độ lớn và hướng, cộng theo quy tắc tam giác hoặc hình bình hành; $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$; độ dời khác quãng đường.
A vector has magnitude and direction and adds by the triangle or parallelogram rule; $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$; displacement differs from distance.

1.7. Thành phần vectơ, vectơ đơn vị và phép toán vectơ theo thành phần – *1.7. Vector Components, Unit Vectors and Component Algebra*

Cách dễ nhất để mô tả một vectơ là chỉ đường theo kiểu đời thường: "đi 3 dãy nhà về phía đông, rồi 4 dãy về phía bắc". Hai số đó chính là hai thành phần của độ dời. Chiếu vectơ lên từng trục toạ độ, bạn được các thành phần, và từ đó cộng trừ vectơ chỉ còn là cộng trừ số.
The easiest way to describe a vector is the way you give directions: "go 3 blocks east, then 4 blocks north". Those two numbers are the components of the displacement. Project the vector onto each coordinate axis to get its components, and adding vectors becomes adding plain numbers.

Thành phần và vectơ đơn vị – *Components and unit vectors*

Thành phần vô hướng Ax, Ay, Az là các số (có dấu) cho biết vectơ A trải dài bao nhiêu dọc trục x, y, z. Dấu dương nghĩa là cùng chiều trục, dấu âm là ngược chiều.
The scalar components Ax, Ay, Az are signed numbers telling how far vector A extends along the x, y and z axes. A plus sign means the same direction as the axis, a minus sign the opposite.

Vectơ đơn vị là vectơ có độ lớn đúng bằng 1, chỉ dùng để chỉ hướng. Ba vectơ i, j, k chỉ hướng +x, +y, +z. Mọi vectơ viết được dưới dạng A = Ax i + Ay j + Az k, gọi là dạng thành phần.
A unit vector has magnitude exactly 1 and only points a direction. The vectors i, j, k point along +x, +y, +z. Any vector can be written as A = Ax i + Ay j + Az k, called component form.

Đổi qua lại giữa độ lớn, góc và thành phần – ***Converting between magnitude, angle and components***

Trong mặt phẳng, góc hướng θ đo từ trục +x, ngược chiều kim đồng hồ. Khi biết độ lớn A và θ:

In a plane, the direction angle θ is measured from the +x axis, counterclockwise. Given magnitude A and θ:

```
Ax = A cos θ ; Ay = A sin θ
```

Công thức này tự cho đúng dấu ở mọi góc phần tư, miễn là θ đo từ +x. Ngược lại, độ lớn tính bằng định lý Pythagoras:

These formulas give the correct signs in every quadrant as long as θ is measured from +x. In the other direction, the magnitude comes from the Pythagorean theorem:

```
A = √(Ax² + Ay² + Az²)
```

Góc thì phải làm cẩn thận hơn, vì máy tính chỉ trả về góc trong khoảng từ −90° đến 90°.

The angle needs more care, because a calculator only returns angles between −90° and 90°.

1. Tính độ lớn $A = \sqrt{(A_x^2 + A_y^2)}$.
   Compute the magnitude $A = \sqrt{(A_x^2 + A_y^2)}$.
2. Tính góc nhọn α = arctan(|Ay| / |Ax|), bỏ hết dấu trừ. Máy phải ở chế độ độ (DEG).
   Compute the acute angle α = arctan(|Ay| / |Ax|), dropping all minus signs. The calculator must be in degree mode.
3. Nhìn dấu của Ax và Ay để biết vectơ nằm ở góc phần tư nào.
   Look at the signs of Ax and Ay to find the quadrant.
4. Lấy θ = α (góc I), 180° − α (góc II), 180° + α (góc III) hoặc 360° − α (góc IV).
   Take θ = α (quadrant I), 180° − α (II), 180° + α (III) or 360° − α (IV).

> **VÍ DỤ / EXAMPLE** – Điểm có toạ độ cực r = 8 m, θ = 150°. Ta có x = 8 cos 150° = −6,93 m và y = 8 sin 150° = 4,00 m. Góc 150° nằm ở góc phần tư II nên x âm, y dương: khớp. Ngược lại, vectơ A = −3 i − 4 j có A = 5. Góc nhọn α = arctan(4/3) = 53,1°. Cả hai thành phần âm nên ở góc III, θ = 180° + 53,1° = 233,1°.
> *A point has polar coordinates r = 8 m, θ = 150°. Then x = 8 cos 150° = −6.93 m and y = 8 sin 150° = 4.00 m. The angle 150° lies in quadrant II, so x is negative and y positive: consistent. In reverse, take A = −3 i − 4 j, so A = 5. The acute angle is α = arctan(4/3) = 53.1°. Both components are negative, so it lies in quadrant III and θ = 180° + 53.1° = 233.1°.*

Đề bài đôi khi cho góc đo từ trục y, ví dụ "30° tính từ hướng bắc". Lúc đó cos và sin đổi chỗ: thành phần nằm kề góc dùng cos, thành phần đối diện góc dùng sin. Cách chắc ăn là vẽ nhanh tam giác vuông rồi tự chỉ ra cạnh kề.

Sometimes the angle is measured from the y axis, as in "30° from north". Then cos and sin swap places: the component next to the angle uses cos, the one opposite the angle uses sin. The safe way is to sketch a quick right triangle and point out the adjacent side.

> **VÍ DỤ / EXAMPLE** – Một lực 50 N hợp với trục +y góc 30°, nghiêng về phía +x. Thành phần y kề góc nên Ay = 50 cos 30° = 43,3 N. Thành phần x đối góc nên Ax = 50 sin 30° = 25

N. Kiểm tra lại: $25^2 + 43{,}3^2 = 625 + 1875 = 2500$, căn ra đúng 50 N.
A force of 50 N makes an angle of 30° with the +y axis, leaning toward +x. The y component is adjacent to the angle, so Ay = 50 cos 30° = 43.3 N. The x component is opposite, so Ax = 50 sin 30° = 25 N. Check: $25^2 + 43.3^2 = 625 + 1875 = 2500$, and the square root is 50 N.

Phép toán theo thành phần – *Algebra with components*

Cộng hoặc trừ hai vectơ: cộng hoặc trừ từng thành phần cùng tên. Nhân vectơ với số k: nhân k vào mọi thành phần; k âm thì đảo chiều vectơ.
To add or subtract two vectors, add or subtract matching components. To multiply a vector by a number k, multiply every component by k; a negative k reverses the vector.

Vectơ đơn vị theo hướng của A, ký hiệu â, là A chia cho độ lớn của nó: â = A / A. Nó có độ lớn 1 và không có đơn vị.
The unit vector along A, written â, is A divided by its own magnitude: â = A / A. It has magnitude 1 and no units.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Với A = 3 i + 4 j, độ lớn A = 5, nên â = 0,6 i + 0,8 j. Kiểm tra: $\sqrt{(0{,}6^2 + 0{,}8^2)} = \sqrt{(0{,}36 + 0{,}64)} = 1$.
For A = 3 i + 4 j, the magnitude is A = 5, so â = 0.6 i + 0.8 j. Check: $\sqrt{(0.6^2 + 0.8^2)} = \sqrt{(0.36 + 0.64)} = 1$.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Một người đi ba đoạn: d_1 = 10 m về đông, d_2 = 6 m về bắc, d_3 = 8 m theo hướng 210° (tức 30° nam của tây). Thành phần: d_1 = (10; 0), d_2 = (0; 6), d_3 = (8 cos 210°; 8 sin 210°) = (−6,93; −4). Cộng lại: x = 10 + 0 − 6,93 = 3,07 m; y = 0 + 6 − 4 = 2 m. Độ lớn: $\sqrt{(3{,}07^2 + 2^2)} = \sqrt{13{,}42}$ = 3,66 m. Góc: arctan(2/3,07) = 33,1°, ở góc I. Độ dời là 3,7 m, hướng 33° bắc của đông.
A walker makes three legs: d_1 = 10 m east, d_2 = 6 m north, d_3 = 8 m at 210° (30° south of west). Components: d_1 = (10, 0), d_2 = (0, 6), d_3 = (8 cos 210°, 8 sin 210°) = (−6.93, −4). Sum: x = 10 + 0 − 6.93 = 3.07 m; y = 0 + 6 − 4 = 2 m. Magnitude: $\sqrt{(3.07^2 + 2^2)} = \sqrt{13.42}$ = 3.66 m. Angle: arctan(2/3.07) = 33.1°, quadrant I. The displacement is 3.7 m at 33° north of east.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Trong không gian, a = 2 i − j + 3 k và b = i + 4 j − 2 k (mét). Tổng a + b = 3 i + 3 j + k, độ lớn $\sqrt{19}$ = 4,36 m. Hiệu 2a − b = (4 − 1) i + (−2 − 4) j + (6 + 2) k = 3 i − 6 j + 8 k. Vectơ đơn vị theo a + b là (3 i + 3 j + k) / 4,36 = 0,688 i + 0,688 j + 0,229 k.
In space, a = 2 i − j + 3 k and b = i + 4 j − 2 k (metres). The sum a + b = 3 i + 3 j + k has magnitude $\sqrt{19}$ = 4.36 m. The difference 2a − b = (4 − 1) i + (−2 − 4) j + (6 + 2) k = 3 i − 6 j + 8 k. The unit vector along a + b is (3 i + 3 j + k) / 4.36 = 0.688 i + 0.688 j + 0.229 k.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Cộng độ lớn thay cho cộng thành phần (3 m + 4 m không luôn bằng 7 m). Lấy arctan(Ay/Ax) mà không xét góc phần tư, nên vectơ (−3; 4) bị ra −53° thay vì 126,9°. Dùng cos cho thành phần y khi góc đo từ trục y, hoặc để máy ở chế độ radian. Bỏ qua bước thử lại: độ lớn tính từ các thành phần phải ra đúng độ lớn ban đầu, nếu lệch thì có một thành phần sai.
Adding magnitudes instead of components (3 m + 4 m is not always 7 m). Taking arctan(Ay/Ax) without checking the quadrant, so the vector (−3, 4) comes out as −53° instead of 126.9°. Using cos for the y component when the angle is measured from the y axis, or leaving the calculator in radian mode. Skipping the check: the magnitude rebuilt from the components must match the original, and if it does not, one component is wrong.

PHẢI THUỘC / MEMORISE – Ax = A cos θ, Ay = A sin θ (θ đo từ +x); A = √(Ax² + Ay² + Az²); tổng và hiệu cộng trừ từng thành phần; â = A / A có độ lớn 1.
Ax = A cos θ, Ay = A sin θ (θ measured from +x); A = √(Ax² + Ay² + Az²); sums and differences work component by component; â = A / A has magnitude 1.

1.8. Tích vô hướng và góc giữa hai vectơ – *1.8. The Dot Product and the Angle Between Vectors*

Bạn kéo vali trên sân bay, tay nắm kéo nghiêng lên so với mặt đất. Chỉ phần lực hướng dọc theo đường đi mới làm vali tiến lên. Tích vô hướng đo đúng điều đó: hai vectơ vào, một con số ra, cho biết hai vectơ "cùng hướng" đến mức nào.
Say you pull a suitcase through an airport with the handle tilted upward. Only the part of your pull that points along the path moves the suitcase forward. The dot product measures exactly that: two vectors go in, one number comes out, telling you how much the two vectors point the same way.

Định nghĩa bằng độ lớn và góc – *Definition by magnitudes and angle*

Với hai vectơ A và B hợp nhau góc θ (đặt hai vectơ chung gốc rồi đo), tích vô hướng là một số:
For vectors A and B with angle θ between them (place both tails at the same point, then measure), the dot product is a number:

```
A·B = A · B · cosθ (A, B là độ lớn; 0° ≤ θ ≤ 180°)
```

Dấu của kết quả do cosθ quyết định. Góc nhọn cho kết quả dương, góc vuông cho 0, góc tù cho kết quả âm. Hai vectơ cùng chiều cho A·B = AB, ngược chiều cho −AB. Vectơ nhân với chính nó cho A·A = A².
The sign comes from cosθ. An acute angle gives a positive result, a right angle gives 0, an obtuse angle gives a negative one. Parallel vectors give AB, antiparallel vectors give −AB. A vector dotted with itself gives A·A = A².

VÍ DỤ / EXAMPLE – Vectơ A có độ lớn 8, vectơ B có độ lớn 5. Nếu θ = 60° thì A·B = 8 · 5 · 0,5 = 20. Nếu θ = 120° thì A·B = 8 · 5 · (−0,5) = −20. Cùng độ lớn, đổi góc từ nhọn sang tù, kết quả đổi dấu. Nếu θ = 90° thì A·B = 0.
Vector A has magnitude 8 and vector B has magnitude 5. If θ = 60°, then A·B = 8 · 5 · 0.5 = 20. If θ = 120°, then A·B = 8 · 5 · (−0.5) = −20. Same magnitudes, but moving from an acute to an obtuse angle flips the sign. If θ = 90°, then A·B = 0.

Thứ tự không quan trọng: A·B = B·A. Phép nhân cũng phân phối qua phép cộng: A·(B + C) = A·B + A·C.
Order does not matter: A·B = B·A. The product also distributes over addition: A·(B + C) = A·B + A·C.

Góc đo từ vectơ nào sang vectơ nào cũng được, vì cos(−θ) = cosθ. Bạn không cần lo hướng quay.
It does not matter which vector you measure from, because cos(−θ) = cosθ. You do not need to worry about the direction of rotation.

Tính theo thành phần – *Using components*

Các vectơ đơn vị i, j, k vuông góc nhau và có độ lớn 1. Vì vậy i·i = j·j = k·k = 1, còn i·j = j·k = i·k = 0. Khai triển tích hai vectơ, chỉ ba số hạng cùng trục còn lại:

The unit vectors i, j, k are perpendicular and have magnitude 1. So i·i = j·j = k·k = 1, while i·j = j·k = i·k = 0. Expand the product and only the three same-axis terms survive:

```
A·B = AₓBₓ + AᵧBᵧ + A_zB_z
```

Trong mặt phẳng, bỏ số hạng thứ ba. Cách này nhanh vì bạn không cần biết góc.

In a plane, drop the third term. This is quick because you do not need the angle.

Cách làm: nhân hai thành phần x với nhau, hai thành phần y với nhau, hai thành phần z với nhau, rồi cộng ba tích. Giữ nguyên dấu âm của từng thành phần.

To apply it, multiply the two x-components, then the two y-components, then the two z-components, and add the three products. Keep the minus sign of each component.

Tìm góc giữa hai vectơ – *Finding the angle between two vectors*

Ghép hai công thức trên, bạn suy ra cosθ = A·B / (AB). Đây là cách duy nhất cần dùng khi đề cho vectơ dạng thành phần mà hỏi góc.

Combine the two formulas and you get cosθ = A·B / (AB). This is the standard way to get an angle when the vectors are given in component form.

1. Tính A·B bằng công thức theo thành phần.
   Compute A·B with the component formula.
2. Tính độ lớn $A = \sqrt{(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)}$ và B tương tự.
   Compute the magnitudes $A = \sqrt{(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)}$ and B the same way.
3. Chia: cosθ = A·B / (AB).
   Divide: cosθ = A·B / (AB).
4. Bấm arccos ($\cos^{-1}$) trên máy tính để ra θ. Kiểm tra máy đang ở chế độ độ.
   Press arccos ($\cos^{-1}$) on your calculator to get θ. Check that it is in degree mode.

VÍ DỤ / EXAMPLE – A = 3i + 4j và B = 2i + 6j. A·B = 3·2 + 4·6 = 30. A = 5, B = √40 ≈ 6,325. cosθ = 30 / (5 · 6,325) ≈ 0,949, nên θ ≈ 18,4°. Kiểm tra bằng hướng từng vectơ: A nghiêng 53,1° so với trục x, B nghiêng 71,6°, hiệu 18,4°. Khớp.

A = 3i + 4j and B = 2i + 6j. A·B = 3·2 + 4·6 = 30. A = 5, B = √40 ≈ 6.325. cosθ = 30 / (5 · 6.325) ≈ 0.949, so θ ≈ 18.4°. Check with each vector's direction: A sits 53.1° above the x-axis, B sits 71.6°, a difference of 18.4°. It matches.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Trong không gian, A = 2i + 3j − k và B = i − 4j + 5k. A·B = 2·1 + 3·(−4) + (−1)·5 = 2 − 12 − 5 = −15. A = √(4 + 9 + 1) = √14 ≈ 3,742. B = √(1 + 16 + 25) = √42 ≈ 6,481. cosθ = −15 / (3,742 · 6,481) ≈ −0,619, nên θ ≈ 128,2°. Tích âm báo trước góc tù, và kết quả đúng như vậy.

In space, A = 2i + 3j − k and B = i − 4j + 5k. A·B = 2·1 + 3·(−4) + (−1)·5 = 2 − 12 − 5 = −15. A = √(4 + 9 + 1) = √14 ≈ 3.742. B = √(1 + 16 + 25) = √42 ≈ 6.481. cosθ = −15 / (3.742 · 6.481) ≈ −0.619, so θ ≈ 128.2°. A negative product predicts an obtuse angle, and the result agrees.

Hình chiếu – *Projection*

Thành phần của A dọc theo hướng B là A cosθ, tức là bóng của A đổ lên đường thẳng chứa B. Từ định nghĩa, thành phần này bằng A·B / B. Ngược lại, A·B bằng B nhân với thành phần đó.

The component of A along B is A cosθ, the shadow A casts on the line containing B. From the definition, this component equals A·B / B. Going the other way, A·B equals B times that component.

Với ví dụ trên, thành phần của B dọc theo A là 30 / 5 = 6. Trường hợp riêng: thành phần x của vectơ A chính là A·i, thành phần y là A·j.

In the example above, the component of B along A is 30 / 5 = 6. A special case: the x-component of A is A·i and the y-component is A·j.

Kiểm tra bằng số: với A = 3i + 4j thì A·i = 3 và A·j = 4, đúng hai thành phần của A.

A numeric check: for A = 3i + 4j, A·i = 3 and A·j = 4, exactly the two components of A.

Kiểm tra vuông góc – *Testing for perpendicular vectors*

Nếu A·B = 0 và cả hai vectơ khác không, thì cosθ = 0 nên θ = 90°. Đây là phép thử vuông góc nhanh nhất.

If A·B = 0 and both vectors are nonzero, then cosθ = 0, so θ = 90°. It is the quickest test for perpendicular vectors.

VÍ DỤ / EXAMPLE – A = 2i − j + 3k và B = 4i + 5j − k. A·B = 2·4 + (−1)·5 + 3·(−1) = 8 − 5 − 3 = 0. Hai vectơ vuông góc.

A = 2i − j + 3k and B = 4i + 5j − k. A·B = 2·4 + (−1)·5 + 3·(−1) = 8 − 5 − 3 = 0. The two vectors are perpendicular.

Bước đệm sang khái niệm công – *A step toward the idea of work*

Ở chương 6, công của lực không đổi được định nghĩa bằng chính tích vô hướng của lực F và độ dời d. Đơn vị là N·m, gọi là jun (J).

In chapter 6, the work done by a constant force is defined as the dot product of the force F and the displacement d. The unit is N·m, called the joule (J).

VÍ DỤ / EXAMPLE – Lực kéo 10 N hợp góc 60° với đường đi, vali dịch chuyển 5 m. F·d = 10 · 5 · cos60° = 10 · 5 · 0,5 = 25 N·m. Nếu lực vuông góc với đường đi, kết quả là 0.

A 10 N pull makes a 60° angle with the path and the suitcase moves 5 m. F·d = 10 · 5 · cos60° = 10 · 5 · 0.5 = 25 N·m. If the force were perpendicular to the path, the result would be 0.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Viết kết quả tích vô hướng như một vectơ. Nó chỉ là số, không có hướng.

Writing the result of a dot product as a vector. It is just a number and has no direction.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Máy tính để chế độ radian khi cần góc tính bằng độ. Một giá trị cosθ lớn hơn 1 hoặc nhỏ hơn −1 báo rằng bạn đã tính sai A·B hoặc độ lớn.

Leaving the calculator in radian mode when you need degrees. A value of cosθ above 1 or below −1 means you made an error in A·B or in a magnitude.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Đo góc giữa hai vectơ khi chúng không chung gốc. Hãy dịch một vectơ cho chung gốc trước, hoặc dùng công thức thành phần.
Measuring the angle between two vectors that do not share a tail. Slide one vector so the tails meet first, or use the component formula.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Kết luận $A \cdot B = 0$ thì $A = 0$ hoặc $B = 0$. Hai vectơ khác không vẫn có tích bằng 0 khi vuông góc.
Concluding that $A \cdot B = 0$ means $A = 0$ or $B = 0$. Two nonzero vectors still give zero when they are perpendicular.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Quên dấu âm của thành phần khi nhân, ví dụ viết $(-4) \cdot 3$ thành 12. Hãy ghi từng tích riêng ra giấy trước khi cộng.
Dropping the minus sign of a component when multiplying, for example writing $(-4) \cdot 3$ as 12. Write each product on its own line before adding.

PHẢI THUỘC / MEMORISE – $A \cdot B = AB\cos\theta = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$; $\cos\theta = A \cdot B / (AB)$; $A \cdot B = 0$ với hai vectơ khác không thì chúng vuông góc.
$A \cdot B = AB\cos\theta = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$; $\cos\theta = A \cdot B / (AB)$; $A \cdot B = 0$ for two nonzero vectors means they are perpendicular.

1.9. Tích có hướng và quy tắc bàn tay phải – *1.9. The Cross Product and the Right-Hand Rule*

Tích có hướng của hai vectơ A và B cho ra một vectơ mới, ký hiệu $A \times B$, vuông góc với cả A lẫn B. Bạn sẽ dùng nó khi học mômen lực, mômen động lượng và lực từ. Ví dụ đời thường: bạn đẩy cờ lê trong mặt phẳng ngang, nhưng trục quay của đai ốc lại hướng thẳng lên hoặc xuống, vuông góc với mặt phẳng đó.
The cross product of two vectors A and B gives a new vector, written $A \times B$, that is perpendicular to both A and B. You will use it for torque, angular momentum and magnetic force. Everyday picture: you push a wrench in a horizontal plane, yet the axis the nut turns about points straight up or down, perpendicular to that plane.

Độ lớn – *Magnitude*

Độ lớn được tính bằng $|A \times B| = A \cdot B \cdot \sin\theta$. Ở đây θ là góc giữa hai vectơ khi đặt chung gốc, nằm trong khoảng từ 0° đến 180°. Con số này cũng bằng diện tích hình bình hành dựng trên A và B.
The magnitude is $|A \times B| = A \cdot B \cdot \sin\theta$. Here θ is the angle between the vectors when their tails are placed together, between 0° and 180°. The result also equals the area of the parallelogram built on A and B.

Hai vectơ vuông góc thì $\sin\theta = 1$ và độ lớn đạt giá trị cực đại. Hai vectơ song song hoặc ngược chiều thì $\sin\theta = 0$ và tích bằng vectơ không. Hãy so với tích vô hướng: tích vô hướng dùng cosin và cho ra một số, tích có hướng dùng sin và cho ra một vectơ.
Perpendicular vectors give $\sin\theta = 1$, so the magnitude is at its maximum. Parallel or antiparallel vectors give $\sin\theta = 0$, so the product is the zero vector. Compare with the dot product: the dot product uses cosine and gives a number, the cross product uses sine and gives a vector.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Vectơ A có độ lớn 4, vectơ B có độ lớn 5, góc giữa chúng là 30°. Độ lớn của A × B là 4 × 5 × sin 30° = 4 × 5 × 0,5 = 10. Đó cũng là diện tích hình bình hành dựng trên hai vectơ. Nếu góc là 150° thì sin 150° = 0,5, nên độ lớn vẫn bằng 10.
Vector A has magnitude 4, vector B has magnitude 5, and the angle between them is 30°. The magnitude of A × B is 4 × 5 × sin 30° = 4 × 5 × 0.5 = 10. That is also the area of the parallelogram built on the two vectors. If the angle were 150°, sin 150° = 0.5, so the magnitude would still be 10.

Hướng: quy tắc bàn tay phải – *Direction: the right-hand rule*

1. Đặt hai vectơ chung gốc để thấy rõ mặt phẳng chứa chúng.
   Place the two vectors tail to tail so you can see the plane they span.
2. Dùng bàn tay phải, duỗi bốn ngón theo hướng vectơ thứ nhất, tức A trong A × B.
   Use your right hand and point your four fingers along the first vector, A in A × B.
3. Cuộn bốn ngón về phía vectơ thứ hai B, theo hướng góc nhỏ hơn 180°.
   Curl your fingers toward the second vector B, through the angle smaller than 180°.
4. Ngón cái duỗi thẳng cho biết hướng của A × B, vuông góc với mặt phẳng của A và B.
   Your extended thumb gives the direction of A × B, perpendicular to the plane of A and B.

Đổi thứ tự thì hướng bị đảo: B × A = −(A × B). Tính chất này gọi là phản giao hoán, nghĩa là đổi chỗ hai vectơ thì đổi dấu. Phép nhân vẫn phân phối được: A × (B + C) = A × B + A × C.
Swapping the order reverses the direction: B × A = −(A × B). This is called the anticommutative property: swap the two vectors and the sign flips. The product still distributes: A × (B + C) = A × B + A × C.

Tích các vectơ đơn vị – *Products of unit vectors*

Ba vectơ đơn vị i, j, k lần lượt chỉ theo trục x, y, z và vuông góc nhau, nên mỗi tích có độ lớn 1 × 1 × sin 90° = 1. Hướng lấy theo bàn tay phải. Một vectơ nhân với chính nó thì góc bằng 0°, kết quả là vectơ không.
The unit vectors i, j, k point along the x, y, z axes and are mutually perpendicular, so each product has magnitude 1 × 1 × sin 90° = 1. The direction follows the right-hand rule. A vector crossed with itself has an angle of 0°, so the result is the zero vector.

PHẢI THUỘC / MEMORISE – i × j = k, j × k = i, k × i = j. Đi theo vòng i, j, k, i thì được dấu cộng; đi ngược vòng thì có dấu trừ, ví dụ j × i = −k. Ngoài ra i × i = j × j = k × k = 0.
i × j = k, j × k = i, k × i = j. Going around the cycle i, j, k, i gives a plus sign; going against it gives a minus sign, for example j × i = −k. Also i × i = j × j = k × k = 0.

Tính theo thành phần – *Computing from components*

Viết A = Ax i + Ay j + Az k và B = Bx i + By j + Bz k. Nhân từng cặp rồi áp dụng bảng trên, bạn được công thức sau:
Write A = Ax i + Ay j + Az k and B = Bx i + By j + Bz k. Multiply each pair and apply the table above to get this formula:

```
A × B = (Ay·Bz − Az·By) i + (Az·Bx − Ax·Bz) j + (Ax·By − Ay·Bx) k
```

Bạn không cần học thuộc công thức này. Hãy xếp ba dòng chồng lên nhau: i, j, k ở trên; Ax, Ay, Az ở giữa; Bx, By, Bz ở dưới. Cách xếp đó gọi là định thức. Từ đó tính từng thành phần theo các bước sau:

You don't need to memorize this formula. Stack three lines: i, j, k on top; Ax, Ay, Az in the middle; Bx, By, Bz at the bottom. This arrangement is called a determinant. Then work out each component with these steps:

1. Viết thành phần của A và B thành hai hàng, A ở trên, B ở dưới.
   Write the components of A and B as two rows, A on top and B below.
2. Thành phần theo i: bỏ cột x, lấy Ay·Bz − Az·By.
   The i component: cover the x column and take Ay·Bz − Az·By.
3. Thành phần theo j: bỏ cột y, lấy Az·Bx − Ax·Bz. Dấu trừ của định thức đã được đảo vào thứ tự này.
   The j component: cover the y column and take Az·Bx − Ax·Bz. The minus sign of the determinant is already built into this order.
4. Thành phần theo k: bỏ cột z, lấy Ax·By − Ay·Bx.
   The k component: cover the z column and take Ax·By − Ay·Bx.
5. Kiểm tra: tích vô hướng của kết quả với A và với B đều phải bằng 0.
   Check: the dot product of the result with A and with B must both be 0.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Cho A = 2i + 3j + 1k và B = 1i + 0j + 4k. Thành phần i: 3·4 − 1·0 = 12. Thành phần j: 1·1 − 2·4 = −7. Thành phần k: 2·0 − 3·1 = −3. Vậy A × B = 12i − 7j − 3k. Kiểm tra với A: 2·12 + 3·(−7) + 1·(−3) = 24 − 21 − 3 = 0. Kiểm tra với B: 1·12 + 0 + 4·(−3) = 0. Độ lớn: √(144 + 49 + 9) = √202 ≈ 14,2.

Let A = 2i + 3j + 1k and B = 1i + 0j + 4k. The i component: 3·4 − 1·0 = 12. The j component: 1·1 − 2·4 = −7. The k component: 2·0 − 3·1 = −3. So A × B = 12i − 7j − 3k. Check with A: 2·12 + 3·(−7) + 1·(−3) = 24 − 21 − 3 = 0. Check with B: 1·12 + 0 + 4·(−3) = 0. Magnitude: √(144 + 49 + 9) = √202 ≈ 14.2.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Đổi thứ tự cho cùng cặp vectơ trên, tính B × A. Thành phần i: 0·1 − 4·3 = −12. Thành phần j: 4·2 − 1·1 = 7. Thành phần k: 1·3 − 0·2 = 3. Vậy B × A = −12i + 7j + 3k, đúng bằng −(A × B). Độ lớn vẫn là √202, chỉ có chiều đảo ngược.

Swap the order for the same pair and compute B × A. The i component: 0·1 − 4·3 = −12. The j component: 4·2 − 1·1 = 7. The k component: 1·3 − 0·2 = 3. So B × A = −12i + 7j + 3k, exactly −(A × B). The magnitude is still √202; only the direction reverses.

Chuẩn bị cho mômen lực – *Preparing for torque*

Mômen lực của một lực F đặt tại điểm có vectơ vị trí r (tính từ trục quay) được định nghĩa là τ = r × F. Mômen lực đo khả năng làm vật quay, đơn vị là N·m. Thứ tự r trước, F sau quyết định chiều quay.

The torque of a force F applied at a point with position vector r (measured from the axis) is defined as τ = r × F. Torque measures the ability of a force to turn an object, and its unit is N·m. The order, r first and F second, decides the sense of rotation.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Cờ lê dài 0,20 m đặt dọc trục +x, đầu cờ lê chịu lực 50 N hướng theo +y. Góc giữa r và F là 90°, nên τ = 0,20 × 50 × sin 90° = 10 N·m. Bốn ngón chỉ +x rồi cuộn

về +y thì ngón cái chỉ +z. Vậy τ = 10 N·m theo +z, tương ứng chiều quay ngược kim đồng hồ khi nhìn từ phía +z xuống.
A wrench 0.20 m long lies along the +x axis, and a 50 N force acts at its end along +y. The angle between r and F is 90°, so τ = 0.20 × 50 × sin 90° = 10 N·m. Fingers along +x curling toward +y put the thumb along +z. So τ = 10 N·m along +z, which matches a counterclockwise turn seen from the +z side looking down.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Mômen động lượng của một hạt là L = r × p, với p là động lượng. Hạt ở cách gốc 3 m theo +x, có động lượng 2 kg·m/s theo +y. Viết r = 3i, p = 2j thì L = (3i) × (2j) = 6(i × j) = 6k. Vậy L = 6 kg·m²/s theo +z.
The angular momentum of a particle is L = r × p, where p is momentum. A particle sits 3 m from the origin along +x with momentum 2 kg·m/s along +y. Writing r = 3i and p = 2j gives L = (3i) × (2j) = 6(i × j) = 6k. So L = 6 kg·m²/s along +z.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Dùng bàn tay trái sẽ ra hướng ngược lại. Đổi thứ tự A × B thành B × A cũng làm đảo dấu.
Using the left hand gives the opposite direction. Writing B × A instead of A × B also flips the sign.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Lấy góc sai: góc phải đo giữa hai vectơ đặt chung gốc. Nếu hai vectơ nối đuôi nhau, hãy dời một vectơ trước khi đo.
Measuring the wrong angle: the angle must be taken between the vectors with their tails together. If the vectors are placed head to tail, shift one of them before measuring.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Quên đảo dấu ở thành phần j khi khai triển định thức, hoặc suy ra A × B = 0 thì A = 0 hay B = 0. Hai vectơ song song cũng cho kết quả 0.
Forgetting the sign flip on the j term when expanding the determinant, or concluding that A × B = 0 means A = 0 or B = 0. Two parallel vectors also give 0.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Chỉ ghi một con số cho kết quả. Tích có hướng là vectơ, nên đáp án phải có cả độ lớn lẫn hướng, chẳng hạn 10 N·m theo +z.
Giving only a number as the answer. The cross product is a vector, so the answer needs both magnitude and direction, such as 10 N·m along +z.

1.10. Bài tập vận dụng có lời giải – *1.10. Applied exercises with solutions*

Bài 1. Khối lượng riêng của một viên đá và đổi đơn vị – *Exercise 1. Density of a stone and unit conversion*

Một viên đá có thể tích 4,50×10² cm³ và khối lượng 1,17 kg. Tính khối lượng riêng theo kg/m³ và theo g/cm³, giữ đúng số chữ số có nghĩa.
A stone has a volume of 4.50×10² cm³ and a mass of 1.17 kg. Find its density in kg/m³ and in g/cm³, keeping the correct number of significant figures.

1. Khối lượng riêng bằng khối lượng chia cho thể tích. Trước hết đổi thể tích sang m³.
   Density is mass divided by volume. First convert the volume to m³.
2. Vì 1 cm = 10⁻² m nên 1 cm³ = (10⁻²)³ m³ = 10⁻⁶ m³. Đơn vị mũ ba cần ba thừa số, không phải một.
   Since 1 cm = 10⁻² m, 1 cm³ = (10⁻²)³ m³ = 10⁻⁶ m³. A cubed unit needs three factors, not one.

3. $V = 4{,}50\times10^{2} \times 10^{-6}\ m^3 = 4{,}50\times10^{-4}\ m^3$.
   $V = 4.50\times10^{2} \times 10^{-6}\ m^3 = 4.50\times10^{-4}\ m^3$.
4. $\rho = 1{,}17\ kg \div 4{,}50\times10^{-4}\ m^3 = 2{,}60\times10^{3}\ kg/m^3$. Cả hai số đều có 3 chữ số có nghĩa nên kết quả giữ 3 chữ số.
   $\rho = 1.17\ kg \div 4.50\times10^{-4}\ m^3 = 2.60\times10^{3}\ kg/m^3$. Both inputs have 3 significant figures, so the result keeps 3.
5. Theo g/cm^3: 1,17 kg = 1170 g, nên $\rho = 1170\ g \div 450\ cm^3 = 2{,}60\ g/cm^3$. Kiểm tra: $2{,}60\ g/cm^3 \times 1000 = 2{,}60\times10^{3}\ kg/m^3$, khớp.
   In g/cm^3: 1.17 kg = 1170 g, so $\rho = 1170\ g \div 450\ cm^3 = 2.60\ g/cm^3$. Check: $2.60\ g/cm^3 \times 1000 = 2.60\times10^{3}\ kg/m^3$, which matches.
6. Đáp số: $\rho = 2{,}60\times10^{3}\ kg/m^3 = 2{,}60\ g/cm^3$.
   Answer: $\rho = 2.60\times10^{3}\ kg/m^3 = 2.60\ g/cm^3$.

Bài 2. Kiểm tra hai công thức chu kỳ con lắc bằng thứ nguyên – ***Exercise 2. Checking two pendulum period formulas by dimensions***

Một bạn nhớ công thức chu kỳ con lắc đơn là T = 2π sqrt(L/g), bạn khác nhớ là T = 2π sqrt(g/L). Với L là chiều dài dây (m) và g là gia tốc rơi tự do (m/s^2), hãy dùng thứ nguyên để xem công thức nào có thể đúng.

One student recalls the period of a simple pendulum as T = 2π sqrt(L/g), another recalls T = 2π sqrt(g/L). With L the string length (m) and g the free-fall acceleration (m/s^2), use dimensions to decide which formula can be right.

1. Chu kỳ T là khoảng thời gian nên có thứ nguyên của giây (s). Số 2π không có đơn vị.
   The period T is a time interval, so its unit is the second (s). The number 2π has no unit.
2. Công thức thứ nhất: $L/g = m \div (m/s^2) = s^2$. Lấy căn bậc hai được s, trùng với thứ nguyên của T.
   First formula: $L/g = m \div (m/s^2) = s^2$. The square root gives s, which matches the dimension of T.
3. Công thức thứ hai: $g/L = (m/s^2) \div m = 1/s^2$. Lấy căn bậc hai được 1/s, khác thứ nguyên của T. Công thức này sai.
   Second formula: $g/L = (m/s^2) \div m = 1/s^2$. The square root gives 1/s, which differs from the dimension of T. This formula is wrong.
4. Thứ nguyên chỉ loại được công thức sai, không chứng minh công thức đúng, và không kiểm được hệ số như 2π.
   Dimensions can rule out a wrong formula, but cannot prove a formula right or check a factor such as 2π.
5. Đáp số: chỉ T = 2π sqrt(L/g) có thể đúng; T = 2π sqrt(g/L) bị loại.
   Answer: only T = 2π sqrt(L/g) can be right; T = 2π sqrt(g/L) is ruled out.

Bài 3. Hai vectơ trong không gian – ***Exercise 3. Two vectors in space***

Cho A = 3i − 2j + k và B = i + 4j − 2k (i, j, k là các vectơ đơn vị theo trục x, y, z). Tính A + B, tích vô hướng A·B, góc giữa A và B, và tích có hướng A × B.

Given A = 3i − 2j + k and B = i + 4j − 2k (i, j, k are the unit vectors along x, y, z), find A + B, the dot product A·B, the angle between A and B, and the cross product A × B.

1. Cộng từng thành phần: A + B = (3+1)i + (−2+4)j + (1−2)k = 4i + 2j − k.
   Add component by component: A + B = (3+1)i + (−2+4)j + (1−2)k = 4i + 2j − k.
2. A·B = 3×1 + (−2)×4 + 1×(−2) = 3 − 8 − 2 = −7.
   A·B = 3×1 + (−2)×4 + 1×(−2) = 3 − 8 − 2 = −7.
3. |A| = sqrt(9+4+1) = sqrt14 ≈ 3,742 và |B| = sqrt(1+16+4) = sqrt21 ≈ 4,583. Tích hai độ lớn là sqrt294 ≈ 17,146.
   |A| = sqrt(9+4+1) = sqrt14 ≈ 3.742 and |B| = sqrt(1+16+4) = sqrt21 ≈ 4.583. The product of the magnitudes is sqrt294 ≈ 17.146.
4. cosθ = −7 ÷ 17,146 ≈ −0,408, suy ra θ ≈ 114°. Tích vô hướng âm nên góc tù, khớp kết quả.
   cosθ = −7 ÷ 17.146 ≈ −0.408, so θ ≈ 114°. A negative dot product means an obtuse angle, which matches.
5. Thành phần x của A × B: (−2)(−2) − (1)(4) = 0. Thành phần y: (1)(1) − (3)(−2) = 7. Thành phần z: (3)(4) − (−2)(1) = 14.
   x-component of A × B: (−2)(−2) − (1)(4) = 0. y-component: (1)(1) − (3)(−2) = 7. z-component: (3)(4) − (−2)(1) = 14.
6. Kiểm tra vuông góc: (A × B)·A = 0×3 + 7×(−2) + 14×1 = 0 và (A × B)·B = 0×1 + 7×4 + 14×(−2) = 0.
   Perpendicular check: (A × B)·A = 0×3 + 7×(−2) + 14×1 = 0 and (A × B)·B = 0×1 + 7×4 + 14×(−2) = 0.
7. Đáp số: A + B = 4i + 2j − k; A·B = −7; θ ≈ 114°; A × B = 7j + 14k, độ lớn sqrt245 ≈ 15,65.
   Answer: A + B = 4i + 2j − k; A·B = −7; θ ≈ 114°; A × B = 7j + 14k, with magnitude sqrt245 ≈ 15.65.

1.11. Câu hỏi tự luận và dàn ý trả lời – *1.11. Essay questions and answer outlines*

Câu 1. Phân tích thứ nguyên giúp kiểm tra công thức như thế nào, và nó có những giới hạn gì?

Question 1. *How does dimensional analysis help check a formula, and what are its limits?*

- Thứ nguyên là cách biểu diễn một đại lượng qua các đại lượng cơ bản như độ dài, khối lượng, thời gian; chỉ các đại lượng cùng thứ nguyên mới cộng, trừ hoặc đặt bằng nhau được.
  A dimension expresses a quantity through base quantities such as length, mass and time; only quantities with the same dimension can be added, subtracted or set equal.
- Cách làm: thay đơn vị của từng đại lượng vào hai vế, rút gọn, rồi so hai vế; vế lệch thứ nguyên thì công thức sai.
  Method: substitute the units of each quantity into both sides, simplify, then compare; if the sides differ in dimension, the formula is wrong.

- Ví dụ đời thường: không thể nói "quãng đường bằng vận tốc" vì mét khác mét trên giây.
  Everyday example: you cannot say "distance equals speed", because metres differ from metres per second.
- Giới hạn: công thức đúng thứ nguyên vẫn có thể sai hệ số số học (như 2π hay 1/2), và thứ nguyên không cho biết công thức có đúng với thực tế hay không.
  Limits: a formula with matching dimensions can still have a wrong numerical factor (such as 2π or 1/2), and dimensions cannot tell you whether the formula matches reality.

Câu 2. Nêu quy tắc giữ chữ số có nghĩa khi nhân, chia và khi cộng, trừ, kèm lý do.
Question 2. *State the rules for keeping significant figures when multiplying, dividing, adding and subtracting, with the reason.*

- Chữ số có nghĩa là những chữ số đo được đáng tin, tính từ chữ số khác 0 đầu tiên; ví dụ 0,0450 có 3 chữ số có nghĩa.
  Significant figures are the trustworthy measured digits, counted from the first nonzero digit; for example 0.0450 has 3 significant figures.
- Nhân, chia: kết quả có số chữ số có nghĩa bằng số của dữ liệu có ít chữ số nhất.
  Multiplying and dividing: the result has as many significant figures as the input with the fewest.
- Cộng, trừ: kết quả không có nhiều chữ số thập phân hơn số kém chính xác nhất; ví dụ 12,11 + 18,0 cho 30,1.
  Adding and subtracting: the result has no more decimal places than the least precise input; for example 12.11 + 18.0 gives 30.1.
- Lý do: một chuỗi tính toán không thể chính xác hơn mắt xích kém nhất; chỉ làm tròn ở bước cuối để tránh tích lũy sai số.
  Reason: a calculation cannot be more precise than its weakest input; round only at the end to avoid piling up rounding error.

Câu 3. Trình bày quy trình giải một bài tập vật lý từ đề đến đáp số.
Question 3. *Describe the procedure for solving a physics problem from the statement to the final answer.*

- Đọc đề, vẽ hình, liệt kê đại lượng đã cho và đại lượng cần tìm, đổi tất cả sang cùng hệ đơn vị.
  Read the statement, draw a sketch, list the known and unknown quantities, and convert everything to one system of units.
- Chọn định luật hay công thức liên hệ các đại lượng, biến đổi bằng chữ trước, rồi mới thay số.
  Pick the law or formula linking the quantities, rearrange with symbols first, and only then substitute numbers.
- Tính, ghi đơn vị và giữ đúng chữ số có nghĩa.
  Calculate, write the unit, and keep the right number of significant figures.
- Kiểm tra kết quả: thứ nguyên có đúng không, độ lớn có hợp lý không (ước lượng bậc độ lớn), dấu và hướng có khớp tình huống không.

Check the result: are the dimensions right, is the size reasonable (order-of-magnitude estimate), and do sign and direction fit the situation?

Câu 4. So sánh tích vô hướng và tích có hướng của hai vectơ về kết quả, cách tính và ý nghĩa hình học.

Question 4. *Compare the dot product and the cross product of two vectors in terms of result, calculation and geometric meaning.*

- Tích vô hướng cho một số: $A \cdot B = AB\cos\theta = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$; tích có hướng cho một vectơ có độ lớn $AB\sin\theta$.
  The dot product gives a number: $A \cdot B = AB\cos\theta = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$; the cross product gives a vector of magnitude $AB\sin\theta$.
- Tích vô hướng bằng 0 khi hai vectơ vuông góc, âm khi góc tù; dùng để tìm góc giữa hai vectơ.
  The dot product is zero for perpendicular vectors and negative for an obtuse angle; it is used to find the angle between two vectors.
- Tích có hướng bằng 0 khi hai vectơ song song hoặc ngược chiều; kết quả vuông góc với cả hai vectơ, chiều theo quy tắc bàn tay phải.
  The cross product is zero for parallel or antiparallel vectors; the result is perpendicular to both vectors, with direction given by the right-hand rule.
- Tích vô hướng giao hoán ($A \cdot B = B \cdot A$); tích có hướng phản giao hoán ($A \times B = -B \times A$), nên đổi thứ tự thì đổi chiều.
  The dot product is commutative ($A \cdot B = B \cdot A$); the cross product is anticommutative ($A \times B = -B \times A$), so swapping the order reverses the direction.

1.12. Câu hỏi trắc nghiệm – *1.12. Multiple-choice questions*

1. Một xe chạy với vận tốc 72 km/h. Vận tốc đó tính theo m/s là bao nhiêu?
A car moves at 72 km/h. What is that speed in m/s?

A. 259 m/s
B. 72 000 m/s
C. 7,2 m/s / *7.2 m/s*
D. 20 m/s

2. Với v là vận tốc, v_0 là vận tốc đầu, a là gia tốc, x là quãng đường, t là thời gian, công thức nào đúng về thứ nguyên?
With v the velocity, v_0 the initial velocity, a the acceleration, x the distance and t the time, which formula is dimensionally consistent?

A. $v = a\,x$
B. $v = v_0 + a\,t^2$
C. $v^2 = v_0^2 + 2\,a\,x$
D. $v = x / t^2$

3. Một tấm bảng dài 12,5 m và rộng 3,2 m. Diện tích của nó, viết đúng chữ số có nghĩa, là:

A board is 12.5 m long and 3.2 m wide. Its area, written with the correct significant figures, is:

A. $4{,}00\times10^{1}$ m² / *4.00×10^{1} m²*

B. $4{,}000\times10^{1}$ m² / *4.000×10^{1} m²*

C. $4{,}0\times10^{2}$ m² / *4.0×10^{2} m²*

D. $4{,}0\times10^{1}$ m² / *4.0×10^{1} m²*

4. Cộng ba số đo 12,11 cm, 18,0 cm và 1,013 cm. Kết quả đúng quy tắc làm tròn là:
Add the three measurements 12.11 cm, 18.0 cm and 1.013 cm. The result rounded by the correct rule is:

A. 31,123 cm / *31.123 cm*

B. 31,1 cm / *31.1 cm*

C. 31,12 cm / *31.12 cm*

D. 31 cm

5. Số giây trong một năm (365 ngày) có bậc độ lớn là:
The number of seconds in a year (365 days) has an order of magnitude of:

A. 10^{8}

B. 10^{5}

C. 10^{7}

D. 10^{6}

6. Một vectơ có hai thành phần Ax = 6 và Ay = −8. Độ lớn của vectơ là:
A vector has components Ax = 6 and Ay = −8. Its magnitude is:

A. 2

B. 10

C. −10

D. 14

7. Cho A = 2i + 3j và B = 3i − 2j + 5k. Góc giữa hai vectơ này là:
Given A = 2i + 3j and B = 3i − 2j + 5k, the angle between the two vectors is:

A. 90°

B. 45°

C. 180°

D. 0°

8. Hai vectơ có độ lớn 5 và 4, tạo với nhau góc 30°. Độ lớn tích có hướng của chúng là:
Two vectors have magnitudes 5 and 4 and the angle between them is 30°. The magnitude of their cross product is:

A. 10

B. 17,3 / *17.3*

C. 0

D. 20

Chương 2. Chuyển động thẳng – *Chapter 2. Motion Along a Straight Line*

Mục tiêu chương – *Chapter objectives*

- Tính được độ dời, quãng đường, vận tốc và gia tốc của một vật chuyển động thẳng từ số liệu cho trước
  Calculate displacement, distance, velocity and acceleration of an object moving in a straight line from given data
- Lập và giải được bài toán gia tốc không đổi, bài toán hai vật gặp nhau, rơi tự do và ném thẳng đứng bằng bốn phương trình chuyển động
  Set up and solve constant-acceleration, two-object meeting, free-fall and vertical-throw problems using the four motion equations
- Đọc được vận tốc, gia tốc, độ dời từ đồ thị và tích phân được hàm gia tốc để tìm vận tốc và vị trí
  Read velocity, acceleration and displacement from graphs, and integrate an acceleration function to find velocity and position

2.1. Vị trí, độ dời và quãng đường đi được – *2.1. Position, Displacement and Distance Traveled*

Chuyển động thẳng là chuyển động dọc theo một đường thẳng, như chiếc xe chạy trên đoạn đường không rẽ. Muốn mô tả nó, bạn trả lời câu hỏi đầu tiên: vật đang ở đâu? Câu trả lời là vị trí, ký hiệu x.

Straight-line motion is motion along a single line, like a car on a road with no turns. To describe it, you first answer one question: where is the object? The answer is its position, written x.

Vị trí không có nghĩa nếu chưa nói "so với đâu". Nếu bạn bảo "tôi đang cách 300 m", người nghe hỏi ngay: cách đâu, về phía nào? Vì vậy ta phải chọn một điểm làm gốc O (tại đó x = 0) và một chiều làm chiều dương. Vị trí là số có dấu: dương nếu vật nằm phía chiều dương của gốc, âm nếu nằm phía ngược lại.

A position means nothing until you say "relative to what". If you say "I'm 300 m away", the listener asks: from where, and in which direction? So you choose a point as the origin O (where x = 0) and one direction as positive. Position is a signed number: positive if the object lies on the positive side of the origin, negative if it lies on the other side.

Chọn gốc và chiều dương – *Choosing the origin and the positive direction*

1. Vẽ đường đi của vật thành một trục thẳng, ví dụ nằm ngang.
   Draw the path of the object as a straight axis, for example a horizontal one.
2. Đặt gốc O tại một điểm dễ nhớ: nơi vật xuất phát, cổng trường, trạm xăng.
   Put the origin O at an easy landmark: the starting point, a school gate, a gas station.
3. Vẽ mũi tên chỉ chiều dương và ghi chú, ví dụ "chiều dương hướng đông".
   Draw an arrow for the positive direction and label it, for example "positive direction points east".

4. Ghi vị trí của vật bằng số có dấu và đơn vị, ví dụ x = +8 km hoặc x = -3 km.
   Write the object's position as a signed number with a unit, for example x = +8 km or x = -3 km.

Cách chọn là do bạn quyết định, và đáp án vật lý không đổi. Chỉ có dấu của các con số thay đổi theo cách chọn. Đã chọn thì giữ nguyên suốt bài.
The choice is yours, and the physical answer does not change. Only the signs of the numbers depend on it. Once you choose, keep it for the whole problem.

Độ dời và quãng đường – *Displacement and distance traveled*

Độ dời là sự thay đổi vị trí: $\Delta x = x_2 - x_1$, trong đó x_1 là vị trí đầu, x_2 là vị trí cuối. Nó có dấu: dương nghĩa là vật cuối cùng nằm về phía chiều dương so với chỗ xuất phát. Độ dời chỉ phụ thuộc điểm đầu và điểm cuối, không quan tâm vật đã đi đường vòng thế nào. Đơn vị SI là mét (m).
Displacement is the change in position: $\Delta x = x_2 - x_1$, where x_1 is the starting position and x_2 the final one. It has a sign: positive means the object ended up on the positive side of where it started. It depends only on the start and end points, not on any detours. Its SI unit is the meter (m).

Quãng đường đi được là tổng chiều dài đường mà vật đã đi, như con số trên đồng hồ đo km của xe. Nó luôn dương và không bao giờ giảm. Chỉ khi vật đi một mạch không quay đầu thì quãng đường mới bằng độ lớn của độ dời.
Distance traveled is the total length of the path the object covered, like the reading on a car's odometer. It is always positive and never decreases. Only when the object moves in one direction without turning back does distance equal the size of the displacement.

Tính quãng đường khi vật có quay đầu – *Finding distance when the object turns around*

1. Ghi các vị trí vật đi qua theo thứ tự, gồm cả mỗi điểm quay đầu.
   List the positions the object passes through in order, including every turning point.
2. Chia đường đi thành các đoạn, mỗi đoạn vật chỉ đi về một phía.
   Split the trip into legs, each one moving in a single direction.
3. Với mỗi đoạn, lấy vị trí cuối trừ vị trí đầu rồi bỏ dấu, tức lấy giá trị tuyệt đối.
   For each leg, subtract the start position from the end position, then drop the sign by taking the absolute value.
4. Cộng các giá trị đó để ra quãng đường s. Còn độ dời thì chỉ lấy vị trí cuối của cả chuyến trừ vị trí đầu.
   Add those values to get the distance s. For displacement, just subtract the very first position from the very last one.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Một xe xuất phát từ cổng trường, chọn cổng trường làm gốc O, chiều dương hướng đông. Xe chạy về đông 8 km, rồi quay lại chạy về tây 3 km và dừng. Vị trí đầu $x_1 = 0$. Sau đoạn đi, x = +8 km. Vị trí cuối $x_2 = 8 - 3 = +5$ km. Độ dời: $\Delta x = 5 - 0 = +5$ km. Quãng đường: tách thành hai đoạn không đổi chiều, 8 km và 3 km, nên s = 8 + 3 = 11 km. Nếu đổi chiều dương hướng tây: vị trí cuối là -5 km, độ dời $\Delta x = -5$ km, còn quãng đường vẫn 11 km. Nếu xe quay về hẳn cổng trường thì $\Delta x = 0$ nhưng quãng đường là 16 km.

A car starts at the school gate. Take the gate as origin O and east as positive. The car drives 8 km east, then turns and drives 3 km west and stops. Initial position $x_1 = 0$. After the first leg, $x = +8$ km. Final position $x_2 = 8 - 3 = +5$ km. Displacement: $\Delta x = 5 - 0 = +5$ km. Distance: split it into two legs with no turning, 8 km and 3 km, so $s = 8 + 3 = 11$ km. If you switch the positive direction to west, the final position is -5 km and the displacement is $\Delta x = -5$ km, but the distance is still 11 km. If the car drove back all the way to the gate, then $\Delta x = 0$ while the distance would be 16 km.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Một thang máy chọn tầng trệt làm gốc, chiều dương hướng lên. Nó đi từ tầng hầm x = -6 m lên tầng 3 ở x = +9 m, rồi xuống tầng 1 ở x = +3 m. Đoạn một: |9 - (-6)| = 15 m. Đoạn hai: |3 - 9| = 6 m. Quãng đường s = 15 + 6 = 21 m. Độ dời Δx = 3 - (-6) = +9 m. Độ dời dương vì thang máy kết thúc ở cao hơn chỗ xuất phát.
An elevator takes the ground floor as origin and up as positive. It goes from the basement at x = -6 m up to floor 3 at x = +9 m, then down to floor 1 at x = +3 m. Leg one: |9 - (-6)| = 15 m. Leg two: |3 - 9| = 6 m. Distance s = 15 + 6 = 21 m. Displacement Δx = 3 - (-6) = +9 m. It is positive because the elevator ends higher than where it started.

- Tự luyện: một vật ở x = -2 m, chạy tới x = +4 m, rồi quay về x = +1 m. Tính độ dời và quãng đường. Đáp án: Δx = 1 - (-2) = +3 m; quãng đường = 6 m + 3 m = 9 m.
  Practice: an object is at x = -2 m, moves to x = +4 m, then returns to x = +1 m. Find the displacement and the distance. Answer: Δx = 1 - (-2) = +3 m; distance = 6 m + 3 m = 9 m.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Có ba chỗ hay sai. Một là coi quãng đường bằng độ lớn độ dời, trong khi vật đã quay đầu. Hai là cộng đại số các độ dời từng đoạn để ra quãng đường: phải cộng độ lớn |Δx| của mỗi đoạn. Ba là đổi chiều dương giữa chừng, làm dấu lộn xộn.
Three common mistakes. First, treating distance as equal to the size of the displacement when the object has turned around. Second, adding the signed displacements of each leg to get distance: you must add the size $|\Delta x|$ of each leg. Third, switching the positive direction midway, which scrambles the signs.

PHẢI THUỘC / MEMORISE – $\Delta x = x_2 - x_1$ (có dấu, đơn vị m). Quãng đường s = tổng |Δx| của các đoạn không đổi chiều (luôn dương). Luôn có $s \geq |\Delta x|$.
$\Delta x = x_2 - x_1$ (signed, unit m). Distance s = sum of $|\Delta x|$ over the legs with no turning (always positive). Always $s \geq |\Delta x|$.

2.2. Vận tốc trung bình, tốc độ trung bình và vận tốc tức thời – *2.2. Average Velocity, Average Speed and Instantaneous Velocity*

Vận tốc trung bình và tốc độ trung bình – *Average velocity and average speed*

Bạn đi bộ từ nhà ra đầu ngõ rồi quay về, tổng cộng 600 m trong 10 phút. Bạn đã đi khá nhiều, nhưng cuối cùng lại đứng đúng chỗ xuất phát. Vật lý tách hai chuyện này ra bằng hai đại lượng khác nhau: vận tốc trung bình và tốc độ trung bình.
Say you walk from your house to the end of the lane and back, 600 m in total, in 10 minutes. You covered a lot of ground, yet you finish exactly where you started. Physics separates these two facts with two different quantities: average velocity and average speed.

Độ dời (sự thay đổi vị trí, chỉ quan tâm điểm đầu và điểm cuối) là $\Delta x = x_2 - x_1$. Vận tốc trung bình là độ dời chia cho khoảng thời gian: $\bar{v} = \Delta x/\Delta t$. Nó là đại lượng có hướng, nên có thể âm, dương hoặc bằng 0.

Displacement (the change in position, which only cares about the start and the end point) is $\Delta x = x_2 - x_1$. Average velocity is displacement divided by the time interval: $\bar{v} = \Delta x/\Delta t$. It has a direction, so it can be negative, positive or zero.

Tốc độ trung bình là tổng quãng đường đi được chia cho thời gian. Quãng đường là chiều dài thực tế bạn đã đi, nên luôn dương, và tốc độ trung bình không có hướng.

Average speed is the total distance traveled divided by the time. Distance is the actual length of path you walked, so it is always positive, and average speed has no direction.

Trong chuyến đi ra ngõ rồi về nhà: độ dời bằng 0 nên vận tốc trung bình bằng 0. Quãng đường là 600 m nên tốc độ trung bình là 600 m / 600 s = 1 m/s.

On the walk to the lane and back, the displacement is 0, so the average velocity is 0. The distance is 600 m, so the average speed is 600 m / 600 s = 1 m/s.

Vận tốc tức thời – *Instantaneous velocity*

Đồng hồ tốc độ trên xe không cho bạn giá trị trung bình của cả chuyến, mà cho giá trị ngay lúc này. Đó là ý của vận tốc tức thời: vận tốc trung bình khi khoảng thời gian Δt thu nhỏ dần về 0.

A car's speedometer does not show the average over the whole trip, only the value right now. That is the idea of instantaneous velocity: the average velocity as the time interval Δt shrinks toward 0.

Về mặt toán học, đó là đạo hàm của vị trí theo thời gian. Trên đồ thị x theo t, vận tốc tức thời chính là độ dốc của tiếp tuyến tại thời điểm đang xét. Độ lớn của vận tốc tức thời gọi là tốc độ tức thời, luôn không âm.

Mathematically, it is the derivative of position with respect to time. On an x versus t graph, instantaneous velocity is the slope of the tangent line at the moment you are looking at. The magnitude of instantaneous velocity is the instantaneous speed, which is never negative.

Đọc đồ thị cũng cho thông tin nhanh. Đường đi lên thì v dương, đường đi xuống thì v âm. Tại đỉnh hoặc đáy đường cong, tiếp tuyến nằm ngang nên v = 0: đó là lúc vật dừng lại tức thời, thường để đổi chiều.

Reading the graph also gives quick information. Where the curve rises, v is positive; where it falls, v is negative. At a peak or a valley the tangent is flat, so v = 0: the object is momentarily at rest, usually about to reverse.

> **PHẢI THUỘC / MEMORISE –** $\bar{v} = \Delta x/\Delta t$ (độ dời, có hướng). Tốc độ trung bình = quãng đường/Δt (không hướng). $v(t) = dx/dt$. Tốc độ tức thời = $|v|$.
> *$\bar{v} = \Delta x/\Delta t$ (displacement, has direction). Average speed = distance/Δt (no direction). $v(t) = dx/dt$. Instantaneous speed = $|v|$.*

Cách tính khi biết x(t) là đa thức – ***Calculating from a polynomial x(t)***

Với hàm đa thức, bạn chỉ cần một quy tắc: đạo hàm của t^n là $n \cdot t^{(n-1)}$, hằng số khi đạo hàm cho 0, hệ số đứng trước được giữ nguyên. Ví dụ đạo hàm của $4t^3$ là $12t^2$.

For a polynomial, you need just one rule: the derivative of t^n is $n \cdot t^{(n-1)}$, a constant gives 0, and the coefficient in front stays. For example, the derivative of $4t^3$ is $12t^2$.

1. Viết rõ hàm x(t) và đơn vị (x tính bằng mét, t tính bằng giây).
   Write out x(t) and its units (x in meters, t in seconds).
2. Muốn vận tốc tức thời, đạo hàm từng số hạng để được v(t), rồi thay thời điểm cần tìm vào.
   For instantaneous velocity, differentiate each term to get v(t), then substitute the time you need.
3. Muốn vận tốc trung bình, thay hai thời điểm vào x(t) để lấy x_1 và x_2, tính Δx rồi chia cho Δt.
   For average velocity, substitute the two times into x(t) to get x_1 and x_2, find Δx, then divide by Δt.
4. Muốn quãng đường, tìm các lúc v = 0 (vật có thể đổi chiều), chia khoảng thời gian tại đó rồi cộng độ lớn từng đoạn.
   For distance, find the moments when v = 0 (the object may reverse), split the interval there, and add up the size of each part.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Một vật chuyển động trên đường thẳng với $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 2$. (a) Tìm vận tốc tức thời tại t = 2 s. (b) Tìm vận tốc trung bình từ t = 0 đến t = 3 s. (c) Tìm tốc độ trung bình trong khoảng đó. Giải: $v(t) = 3t^2 - 12t + 9$. (a) $v(2) = 12 - 24 + 9 = -3$ m/s, vật đang đi theo chiều âm với tốc độ tức thời 3 m/s. (b) $x(0) = 2$ m và $x(3) = 27 - 54 + 27 + 2 = 2$ m, nên $\Delta x = 0$ và $\bar{v} = 0$. (c) Cho v = 0: $3(t-1)(t-3) = 0$, vật dừng lúc t = 1 s và t = 3 s. Ta có $x(1) = 1 - 6 + 9 + 2 = 6$ m. Từ 0 đến 1 s vật đi 4 m, từ 1 đến 3 s vật quay lại 4 m, tổng quãng đường 8 m. Tốc độ trung bình = 8/3 ≈ 2,67 m/s.

An object moves along a line with $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 2$. (a) Find the instantaneous velocity at t = 2 s. (b) Find the average velocity from t = 0 to t = 3 s. (c) Find the average speed over that interval. Solution: $v(t) = 3t^2 - 12t + 9$. (a) $v(2) = 12 - 24 + 9 = -3$ m/s, so the object moves in the negative direction with an instantaneous speed of 3 m/s. (b) $x(0) = 2$ m and $x(3) = 27 - 54 + 27 + 2 = 2$ m, so $\Delta x = 0$ and $\bar{v} = 0$. (c) Set $v = 0$: $3(t-1)(t-3) = 0$, so the object stops at t = 1 s and t = 3 s. We have $x(1) = 1 - 6 + 9 + 2 = 6$ m. From 0 to 1 s it travels 4 m, and from 1 to 3 s it comes back 4 m, for a total distance of 8 m. Average speed = 8/3 ≈ 2.67 m/s.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Thêm một ví dụ ngắn hơn. Vị trí của một xe đồ chơi là $x(t) = t^2 - 4t + 3$ (mét, giây). Tìm vận tốc ban đầu, lúc xe dừng, vận tốc trung bình và tốc độ trung bình trong 5 s đầu. Giải: $v(t) = 2t - 4$. Ban đầu $v(0) = -4$ m/s. Cho v = 0 thì t = 2 s. Ta có $x(0) = 3$ m, $x(2) = 4 - 8 + 3 = -1$ m, $x(5) = 25 - 20 + 3 = 8$ m. Vận tốc trung bình = (8 − 3)/5 = 1 m/s. Quãng đường: từ 0 đến 2 s xe đi $|-1 - 3| = 4$ m, từ 2 đến 5 s xe đi $8 - (-1) = 9$ m, tổng 13 m. Tốc độ trung bình = 13/5 = 2,6 m/s.

One shorter example. A toy car has position $x(t) = t^2 - 4t + 3$ (meters, seconds). Find the initial velocity, the moment it stops, and the average velocity and average speed over the first 5 s. Solution: $v(t) = 2t - 4$. Initially $v(0) = -4$ m/s. Setting $v = 0$ gives t = 2 s. We have $x(0) = 3$ m, $x(2) = 4 - 8 + 3 = -1$ m, $x(5) = 25 - 20 + 3 = 8$ m. Average velocity = (8 − 3)/5 = 1 m/s. Distance: from 0 to 2 s the

car travels $|-1-3| = 4$ m, from 2 to 5 s it travels $8-(-1) = 9$ m, total 13 m. Average speed = 13/5 = 2.6 m/s.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Lấy tốc độ trung bình bằng độ lớn của vận tốc trung bình. Hai số này chỉ bằng nhau khi vật không đổi chiều. Ở ví dụ trên, một số bằng 0 còn số kia bằng 2,67 m/s.
Treating average speed as the magnitude of average velocity. The two match only when the object never reverses. In the example above, one is 0 and the other is 2.67 m/s.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Tính vận tốc trung bình bằng cách lấy $v(t_1)$ và $v(t_2)$ cộng lại chia đôi. Cách này chỉ đúng khi gia tốc không đổi. Với hàm x(t) bất kỳ, hãy dùng $\Delta x/\Delta t$.
Computing average velocity as the mean of $v(t_1)$ and $v(t_2)$. That only works when acceleration is constant. For a general x(t), use $\Delta x/\Delta t$.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Thay thời điểm vào x(t) rồi gọi đó là vận tốc tức thời. Phải đạo hàm trước để có v(t), sau đó mới thay số.
Plugging the time into x(t) and calling the result instantaneous velocity. You must differentiate first to get v(t), and only then substitute.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Quên rằng khi vật đổi chiều thì không được lấy $|x_2 - x_1|$ làm quãng đường. Ở xe đồ chơi trên, $|8-3| = 5$ m, nhưng xe thực tế đã đi 13 m.
Forgetting that when an object reverses, $|x_2 - x_1|$ is not the distance. For the toy car above, $|8-3| = 5$ m, but the car actually traveled 13 m.

MẸO / TIP – Nhìn dấu của v(t) để biết hướng đi, và tìm nghiệm của $v = 0$ để biết vật đổi chiều ở đâu trước khi tính quãng đường.
Check the sign of v(t) to know the direction, and solve $v = 0$ to find where the object reverses before you compute distance.

2.3. Gia tốc trung bình và gia tốc tức thời – *2.3. Average and Instantaneous Acceleration*

Gia tốc cho biết vận tốc của vật thay đổi nhanh hay chậm. Khi bạn đạp ga, kim tốc độ tăng dần: xe có gia tốc. Ga đạp càng mạnh, vận tốc tăng càng nhanh, gia tốc càng lớn. Đơn vị của gia tốc là m/s^2, nghĩa là mỗi giây vận tốc đổi thêm bao nhiêu m/s.
Acceleration tells you how quickly velocity changes. When you press the gas pedal, the speedometer climbs: the car is accelerating. The harder you press, the faster velocity grows, and the larger the acceleration. Its unit is m/s^2, meaning how many m/s the velocity changes every second.

Gia tốc trung bình và gia tốc tức thời – *Average and instantaneous acceleration*

Gia tốc trung bình là độ thay đổi vận tốc chia cho thời gian thay đổi, tính trên một khoảng thời gian. Nó giống vận tốc kế "trung bình cả chuyến": che mất những lúc xe tăng hay giảm tốc gấp. Gia tốc tức thời là gia tốc tại đúng một thời điểm. Ta thu được nó bằng cách thu hẹp khoảng thời gian về gần bằng 0, tức là lấy đạo hàm của v(t) theo t.

Average acceleration is the change in velocity divided by the time it took, over some interval. It hides moments when the car speeds up or slows down sharply. Instantaneous acceleration is the acceleration at one exact moment. You get it by shrinking the interval toward zero, which means taking the derivative of v(t) with respect to t.

```
gia tốc trung bình = Δv/Δt = (v₂ - v₁)/(t₂ - t₁)
a(t) = dv/dt
```

VÍ DỤ / EXAMPLE – Một xe máy đang chạy 5 m/s theo chiều dương, sau 4 s đạt 13 m/s. Gia tốc trung bình là (13 - 5)/4 = 2 m/s². Kiểm tra bằng cách đếm từng giây: 7, 9, 11, 13 m/s. Mỗi giây vận tốc tăng đúng 2 m/s, khớp với kết quả.
A scooter moving at 5 m/s in the positive direction reaches 13 m/s after 4 s. The average acceleration is (13 - 5)/4 = 2 m/s². Check by counting second by second: 7, 9, 11, 13 m/s. Velocity rises by exactly 2 m/s each second, matching the result.

Trên đồ thị v theo t, gia tốc tức thời chính là độ dốc của tiếp tuyến tại điểm đó. Đồ thị dốc lên thì a dương, dốc xuống thì a âm, nằm ngang thì a bằng 0.
On a graph of v against t, instantaneous acceleration is the slope of the tangent line at that point. Sloping up means a is positive, sloping down means a is negative, flat means a is zero.

Nhanh dần hay chậm dần: nhìn dấu của v và a – *Speeding up or slowing down: compare the signs of v and a*

Vận tốc và gia tốc đều là đại lượng có hướng, nên có dấu theo trục bạn chọn. Chỉ cần so dấu của hai đại lượng này. Cùng dấu thì vật nhanh dần, trái dấu thì vật chậm dần.
Velocity and acceleration both have direction, so each carries a sign on the axis you chose. Just compare the two signs. Same sign means the object speeds up, opposite signs mean it slows down.

Dấu của v *Sign of v*	**Dấu của a** *Sign of a*	**Chuyển động** *Motion*
v dương *v positive*	a dương *a positive*	Đi theo chiều dương và nhanh dần *Moving in the positive direction and speeding up*
v dương *v positive*	a âm *a negative*	Đi theo chiều dương và chậm dần *Moving in the positive direction and slowing down*
v âm *v negative*	a dương *a positive*	Đi theo chiều âm và chậm dần *Moving in the negative direction and slowing down*
v âm *v negative*	a âm *a negative*	Đi theo chiều âm và nhanh dần *Moving in the negative direction and speeding up*

Vì vậy đừng gọi mọi trường hợp chậm dần là "gia tốc âm". Hãy nói rõ dấu của a và dấu của v, vì chỉ hai dấu đó mới quyết định kết luận.
So do not label every slowing-down case "negative acceleration". State the sign of a and the sign of v, because only those two signs decide the conclusion.

Các bước xử lý một bài về gia tốc – *Steps for an acceleration problem*

1. Chọn trục và chiều dương, thường theo hướng vật đang chạy.
   Choose an axis and a positive direction, usually the way the object is moving.
2. Nếu đề cho hai vận tốc ở hai thời điểm, lấy vận tốc sau trừ vận tốc trước, rồi chia cho hiệu hai thời điểm.
   If the problem gives two velocities at two times, subtract the earlier velocity from the later one, then divide by the time difference.
3. Nếu đề cho v(t) dạng công thức, đạo hàm theo t để có a(t), rồi thay thời điểm cần tìm.
   If the problem gives v(t) as a formula, differentiate with respect to t to get a(t), then substitute the time you need.
4. Tính v tại cùng thời điểm, rồi so dấu v và a để kết luận nhanh dần hay chậm dần.
   Compute v at the same time, then compare the signs of v and a to decide whether it speeds up or slows down.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Xe phanh chạy thẳng theo chiều dương, vận tốc cho bởi $v(t) = 18 - 2t^2$ (m/s), với t từ 0 đến 3 s. Đạo hàm: $a(t) = -4t$ (m/s²). Tại t = 1 s: v = 16 m/s, a = -4 m/s². Tại t = 2 s: v = 10 m/s, a = -8 m/s². Tại t = 3 s: v = 0, a = -12 m/s². Ở mọi thời điểm v dương còn a âm, nên xe chậm dần, và |a| tăng vì người lái càng lúc càng đạp phanh mạnh. Gia tốc trung bình cả 3 s là (0 - 18)/3 = -6 m/s². Giá trị này nằm giữa -4 và -12 nên hợp lý.
A braking car moves straight in the positive direction with $v(t) = 18 - 2t^2$ (m/s), for t from 0 to 3 s. Differentiate: $a(t) = -4t$ (m/s²). At t = 1 s: v = 16 m/s, a = -4 m/s². At t = 2 s: v = 10 m/s, a = -8 m/s². At t = 3 s: v = 0, a = -12 m/s². Throughout, v is positive and a is negative, so the car slows down, and |a| grows because the driver presses the brake harder. The average acceleration over the 3 s is (0 - 18)/3 = -6 m/s², which sits between -4 and -12, as it should.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Xe lùi theo chiều âm với v = -5 m/s và a = -2 m/s². Hai dấu giống nhau nên xe nhanh dần: sau 1 s, v = -5 + (-2)(1) = -7 m/s, độ lớn vận tốc tăng từ 5 lên 7.
A car reverses in the negative direction with v = -5 m/s and a = -2 m/s². The signs match, so it speeds up: after 1 s, v = -5 + (-2)(1) = -7 m/s, and the magnitude grows from 5 to 7.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Nhiều bạn nghĩ a âm luôn là chậm dần. Sai: xe lùi ở ví dụ trên có a âm mà vẫn nhanh dần. Phải so dấu a với dấu v.
Many students think negative a always means slowing down. It does not: the reversing car above has negative a yet speeds up. Always compare the sign of a with the sign of v.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Khi v = 0 không có nghĩa a = 0. Quả bóng ném thẳng lên, tại điểm cao nhất có v = 0 nhưng a vẫn khoảng -9,8 m/s² (chiều dương hướng lên).
When v = 0, a is not necessarily 0. For a ball thrown straight up, at the top v = 0 but a is still about -9.8 m/s² (positive direction up).

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Dùng công thức a(t) = -4t của ví dụ phanh cho t > 3 s sẽ ra v âm, tức xe chạy lùi. Thực tế xe đã dừng, nên công thức chỉ đúng trong khoảng đề cho.
Using a(t) = -4t from the braking example for t > 3 s would give negative v, as if the car reversed. In reality the car has stopped, so the formula holds only on the stated interval.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Quên đổi đơn vị. Xe tăng từ 0 lên 36 km/h trong 5 s: đổi 36 km/h = 36/3,6 = 10 m/s, rồi a = 10/5 = 2 m/s². Nếu chia thẳng 36 cho 5 bạn được

7,2, sai cả số lẫn đơn vị.
Forgetting to convert units. A car goes from 0 to 36 km/h in 5 s: convert 36 km/h = 36/3.6 = 10 m/s, then a = 10/5 = 2 m/s². Dividing 36 by 5 directly gives 7.2, wrong in both value and unit.

PHẢI THUỘC / MEMORISE – Gia tốc tức thời a = dv/dt, bằng độ dốc đồ thị v theo t. Cùng dấu với v thì nhanh dần, trái dấu với v thì chậm dần.
Instantaneous acceleration a = dv/dt, the slope of the v-versus-t graph. Same sign as v means speeding up, opposite sign means slowing down.

2.4. Đọc đồ thị vị trí, vận tốc và gia tốc theo thời gian – *2.4. Reading Position, Velocity and Acceleration Graphs*

Đồ thị là cách nhìn chuyển động bằng mắt. Hãy nghĩ đến một con dốc: dốc càng đứng thì bạn leo càng nhanh. Trên đồ thị, độ dốc của đường (hệ số góc, tức độ cao tăng bao nhiêu khi đi ngang một đơn vị) cho biết đại lượng nào đang thay đổi nhanh đến mức nào. Còn phần diện tích bị đường cong bao quanh cho biết đại lượng đã tích lũy được bao nhiêu.
A graph lets you see motion at a glance. Think of a hill: the steeper it is, the faster you climb. On a graph, the slope (how much the line rises for each unit you move sideways) tells you how fast a quantity is changing. The area enclosed under a line tells you how much of a quantity has built up.

PHẢI THUỘC / MEMORISE – Hệ số góc của đồ thị x–t là vận tốc. Hệ số góc của đồ thị v–t là gia tốc. Diện tích giữa đường v–t và trục thời gian là độ dời.
The slope of an x–t graph is velocity. The slope of a v–t graph is acceleration. The area between the v–t line and the time axis is displacement.

Cách đọc một đồ thị – *How to read a graph*

1. Xem trục đứng và trục ngang đang vẽ đại lượng gì, đơn vị là gì (m, m/s, s).
   Check what the vertical and horizontal axes show and their units (m, m/s, s).
2. Chia đồ thị thành các đoạn thẳng. Mỗi lần đường đổi hướng gấp là một mốc cắt.
   Split the graph into straight segments. Each sharp bend is a cut point.
3. Với mỗi đoạn, lấy hai điểm đọc rõ nhất trên lưới. Tính hệ số góc bằng (độ tăng theo trục đứng) chia (độ tăng theo trục ngang). Đoạn đi xuống cho hệ số góc âm.
   For each segment, pick two points you can read cleanly on the grid. Compute slope as (rise on the vertical axis) divided by (run on the horizontal axis). A segment going down gives a negative slope.
4. Với đồ thị v–t, tính diện tích từng đoạn bằng công thức tam giác hoặc hình chữ nhật. Phần nằm trên trục t mang dấu cộng, phần nằm dưới trục mang dấu trừ.
   On a v–t graph, find each segment's area with triangle or rectangle formulas. Area above the t-axis counts as positive, area below counts as negative.
5. Cộng các diện tích có dấu để được độ dời. Cộng độ lớn các diện tích để được quãng đường.
   Add the signed areas to get displacement. Add the sizes of the areas to get distance traveled.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Đồ thị x–t của một xe đồ chơi gồm ba đoạn thẳng nối các điểm (0 s; 2 m), (5 s; 12 m), (8 s; 12 m), (12 s; 0 m). Đoạn 1: vận tốc = (12 − 2)/(5 − 0) = +2 m/s, xe đi theo chiều dương. Đoạn 2: đường nằm ngang, vận tốc = 0, xe đứng yên. Đoạn 3: vận tốc = (0 − 12)/(12 − 8) = −3 m/s, xe quay về phía gốc. Xe đi qua gốc tọa độ đúng lúc t = 12 s.
The x–t graph of a toy car has three straight segments joining the points (0 s, 2 m), (5 s, 12 m), (8 s, 12 m), (12 s, 0 m). Segment 1: velocity = (12 − 2)/(5 − 0) = +2 m/s, so the car moves in the positive direction. Segment 2: the line is flat, so velocity = 0 and the car is at rest. Segment 3: velocity = (0 − 12)/(12 − 8) = −3 m/s, so the car heads back toward the origin. It reaches the origin exactly at t = 12 s.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Đồ thị v–t của một xe chạy trên đường thẳng gồm ba đoạn: từ 0 đến 4 s, v tăng đều từ 0 lên 8 m/s. Từ 4 đến 10 s, v giữ 8 m/s. Từ 10 đến 13 s, v giảm đều từ 8 xuống −4 m/s. Gia tốc: đoạn 1 là (8 − 0)/4 = +2 m/s². Đoạn 2 là 0. Đoạn 3 là (−4 − 8)/3 = −4 m/s². Đường v cắt trục t tại t = 12 s, vì từ 8 m/s giảm 4 m/s mỗi giây thì sau 2 s về 0. Diện tích: đoạn 1 là tam giác, ½ × 4 × 8 = 16 m. Đoạn 2 là hình chữ nhật, 8 × 6 = 48 m. Từ 10 đến 12 s là tam giác phía trên trục, ½ × 2 × 8 = 8 m. Từ 12 đến 13 s là tam giác phía dưới trục, ½ × 1 × 4 = 4 m, mang dấu trừ. Độ dời = 16 + 48 + 8 − 4 = 68 m. Quãng đường = 16 + 48 + 8 + 4 = 76 m. Nếu xe xuất phát tại x = 0 thì lúc t = 13 s xe ở x = 68 m.
The v–t graph of a car on a straight road has three segments. From 0 to 4 s, v rises steadily from 0 to 8 m/s. From 4 to 10 s, v stays at 8 m/s. From 10 to 13 s, v falls steadily from 8 to −4 m/s. Accelerations: segment 1 is (8 − 0)/4 = +2 m/s². Segment 2 is 0. Segment 3 is (−4 − 8)/3 = −4 m/s². The line crosses the t-axis at t = 12 s, because falling 4 m/s every second takes 2 s to go from 8 to 0. Areas: segment 1 is a triangle, ½ × 4 × 8 = 16 m. Segment 2 is a rectangle, 8 × 6 = 48 m. From 10 to 12 s is a triangle above the axis, ½ × 2 × 8 = 8 m. From 12 to 13 s is a triangle below the axis, ½ × 1 × 4 = 4 m, taken as negative. Displacement = 16 + 48 + 8 − 4 = 68 m. Distance traveled = 16 + 48 + 8 + 4 = 76 m. If the car starts at x = 0, it is at x = 68 m when t = 13 s.

VÍ DỤ / EXAMPLE – Một vật có vị trí x = 2t² (x tính bằng m, t bằng s), đồ thị x–t là đường cong. Cần tìm vận tốc tại t = 3 s. Lấy hai điểm cách đều hai phía của 3 s: t = 2 s cho x = 8 m, t = 4 s cho x = 32 m. Hệ số góc = (32 − 8)/(4 − 2) = 12 m/s. Thử lại với hai điểm gần hơn, t = 2,9 s và t = 3,1 s: x = 16,82 m và 19,22 m. Hệ số góc = (19,22 − 16,82)/0,2 = 12 m/s. Hai cách cho cùng kết quả, nên vận tốc tại t = 3 s là 12 m/s.
An object has position x = 2t² (x in m, t in s), so its x–t graph is a curve. You need the velocity at t = 3 s. Take two points placed evenly on either side of 3 s: t = 2 s gives x = 8 m, t = 4 s gives x = 32 m. Slope = (32 − 8)/(4 − 2) = 12 m/s. Check with closer points, t = 2.9 s and t = 3.1 s: x = 16.82 m and 19.22 m. Slope = (19.22 − 16.82)/0.2 = 12 m/s. Both give the same result, so the velocity at t = 3 s is 12 m/s.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Nhầm độ cao của đường với độ dốc. Trên đồ thị v–t, điểm v lớn nhưng đường nằm ngang thì gia tốc bằng 0. Trên đồ thị x–t, điểm x lớn chưa nói gì về vận tốc.
Confusing the height of a line with its slope. On a v–t graph, a high v with a flat line means zero acceleration. On an x–t graph, a large x says nothing about velocity.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Quên dấu trừ cho diện tích nằm dưới trục t, rồi lấy tổng diện tích làm độ dời. Cách đó cho quãng đường, không phải độ dời.
Forgetting the minus sign for area below the t-axis, then treating the total area as displacement. That gives distance traveled, not displacement.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Đọc nhầm trục. Hệ số góc của đồ thị v–t là gia tốc, không phải vận tốc.
Misreading the axes. The slope of a v–t graph is acceleration, not velocity.

LỖI HAY GẶP / COMMON MISTAKE – Cho rằng chỗ đường v–t cắt trục t là lúc xe dừng hẳn. Đó chỉ là khoảnh khắc v = 0 khi xe đổi chiều, còn gia tốc ở đó vẫn có thể khác 0, như −4 m/s² tại t = 12 s ở ví dụ trên.
Assuming that where the v–t line crosses the t-axis, the car has stopped for good. It is only the instant $v = 0$ as the car reverses, and acceleration there can still be nonzero, like $-4\ m/s^2$ at $t = 12\ s$ in the example above.

MẸO / TIP – Với đường cong, vẽ tiếp tuyến (đường thẳng chỉ chạm đường cong tại một điểm) rồi tính hệ số góc của tiếp tuyến đó. Kết quả là giá trị tức thời tại điểm chạm.
For a curved line, draw a tangent (a straight line that touches the curve at one point) and compute its slope. The result is the instantaneous value at that point.

2.5. Bốn phương trình chuyển động có gia tốc không đổi – *2.5. The Four Constant-Acceleration Equations*

Hãy nghĩ tới chiếc xe máy tăng ga đều: cứ mỗi giây, tốc độ tăng thêm cùng một lượng. Đó là chuyển động có gia tốc không đổi. Khi đó ta có bốn phương trình nối năm đại lượng: độ dời $\Delta x = x - x_0$, vận tốc đầu v_0, vận tốc cuối v, gia tốc a và thời gian t. Mỗi phương trình thiếu đúng một đại lượng. Biết ba trong năm đại lượng thì tìm được hai đại lượng còn lại.
Picture a scooter whose rider opens the throttle steadily: each second, the speed grows by the same amount. That is motion with constant acceleration. Four equations link five quantities: displacement $\Delta x = x - x_0$, initial velocity v_0, final velocity v, acceleration a and time t. Each equation leaves out exactly one quantity. Know three of the five and you can find the other two.

PHẢI THUỘC / MEMORISE – Bốn phương trình (chiều dương chọn trước, x_0 là vị trí lúc $t = 0$):
The four equations (positive direction chosen first, x_0 is the position at $t = 0$):

$$v = v_0 + a \cdot t \quad \text{(không chứa x / has no x)}$$
$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad \text{(không chứa v / has no v)}$$
$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot (x - x_0) \quad \text{(không chứa t / has no t)}$$
$$x = x_0 + \tfrac{1}{2} \cdot (v_0 + v) \cdot t \quad \text{(không chứa a / has no a)}$$

Phương trình đầu chỉ là định nghĩa gia tốc viết lại. Phương trình cuối nói độ dời bằng vận tốc trung bình nhân thời gian, và vận tốc trung bình bằng $\frac{1}{2}(v_0 + v)$ chỉ vì a không đổi. Hai phương trình còn lại suy ra từ chúng.
The first equation is just the definition of acceleration rearranged. The last says displacement equals average velocity times time, and average velocity equals $\frac{1}{2}(v_0 + v)$ only because a is constant. The other two follow from these.

Cách chọn công thức – *How to choose the equation*

1. Vẽ nhanh đường đi, chọn chiều dương, rồi ghi dấu cho mọi đại lượng có hướng (v_0, v, a, Δx).